

COMPTE-RENDU MATHEMATIQUES :

« LE NOMBRE AU CYCLE 3 »

Mercredi 09 Novembre 2011 – Poisy

M. Eric SUJKOWSKI et M. Jacques CHAPPAZ

1. **Introduction par une présentation du nombre dans son aspect culturel et historique (d'après l'intervention de JC Duperret - séminaire du 15 juin 2011-).**

2. **Éléments de liens entre la numération (nombres entiers) et le champ des grandeurs et mesures.**

Quelques exemples de situations illustrant les propriétés des nombres et les relations entre les unités (d'après le document éducol « Le nombre au cycle 2 » :

La différenciation qu'il faut apprendre aux élèves à réaliser entre chiffre et nombre (453€ peuvent se représenter comme 4 billets de 100€, 5 billets de 10€ et 3 pièces de 1€. C'est la référence aux chiffres des centaines, des dizaines et unités).

Les conversions : de gauche à droite, chaque chiffre indique une unité 10 fois plus grande que celui qui est à sa droite. Faire comprendre aux élèves que convertir, c'est trouver le nombre de... (centaines, dizaines, unités...).

Montrer aux élèves les correspondances que l'on fait entre le système décimal et les mesures de grandeurs. (Se reporter aux tableaux pages 81 à 84 du doc éducol « Le nombre au cycle 2).

Faire prendre conscience aux élèves des problèmes que pose la commutativité de la multiplication : 4 mètres multipliés par 3 donnent 12 mètres, tout comme 3 mètres multipliés par 4 bien que cela ne corresponde pas à une même réalité sur le plan de la représentation.

3. **Réflexions à propos de quelques « erreurs types » couramment observées dans le domaine des nombres décimaux :**

La proposition est faite de réfléchir à des types classiques d'erreurs commises par des élèves en cours d'apprentissage (CM1 ou CM2), d'en comprendre le sens et l'origine pour tenter des remédiations possibles. Les enseignants sont aussi appelés à échanger sur leurs pratiques de classe et sur les questions qu'ils peuvent avoir.

Ainsi, pour les 5 types d'erreurs ci-après, les enseignants doivent tenter de les expliquer, de chercher des moyens de les prévenir et de les rectifier :

A) $4,18 > 4,2$

B) 7 est plus près de 6,9 que de 7,08.

C) $825,34$

+ $40,9$

D) $1,53 \times 100 = 100,53$ (ou 1,5300 ou 150,3)

E) Entre 1,5 et 1,6, il n'y a rien.

| | | |
|--|--|---|
| 5 situations de classe à analyser | → Expliquer l'erreur et comprendre ce qu'il conviendrait de faire pour la prévenir | → Chercher ce qu'on pourrait mettre en place pour la dépasser |
|--|--|---|

| | | |
|---|--|---|
| <p>CM1 : 4,18 > 4,2</p> | <p>Pour l'élève, 4,18 est plus grand car plus long. L'élève est resté sur ce qu'il a appris avec les entiers. L'élève compare par la longueur du nombre (le nombre de chiffres). L'élève ne tient pas compte de la virgule. Ne fait pas la distinction entre partie entière et partie décimale. L'élève compare 18 et 2. Conception d'un décimal comme juxtaposition de 2 entiers. - <u>Prévenir</u> : Travailler avec des parties décimales comportant un nombre de chiffres différent. Connaître la signification des chiffres : 1 dixième / 2 dixièmes. Placer sur une droite graduée. Travailler la place du chiffre dans le nombre.</p> | <p>Replacer sur la bande numérique, faire des zooms entre les parties ou utiliser une bande numérique pérenne (graduations et sous-graduations fixes, sur Velléda). Pour faire réfléchir les élèves : donner $4,18 > 4,2$ à chacun et demander si vrai ou faux et pourquoi. → différentes représentations vont apparaître et on part ainsi des représentations des E. Repasser par les fractions décimales : comparer $418/100$ et $42/10 = 420/100$ (mettre au même format par l'ajout d'un zéro). Faire le parallèle avec la monnaie par le biais du tableau de numération (pour avoir le même nombre de chiffres après la virgule).</p> |
| <p>CM2 : 7 est plus près de 6,9 que de 7,08</p> | <p>L'élève n'a peut-être pas compris la notion d'écart et/ou appréhende mal la partie décimale. « <i>On est plus loin parce qu'il y a 2 chiffres derrière</i> ». Ce n'est pas une façon classique de présenter un exercice. C'est un défaut de conceptualisation : 6,9 pour aller à 7 : 1 d'écart MAIS de 7 à 7,08 : 8 d'écart. - <u>Prévenir</u> : Utiliser régulièrement la droite numérique. Associer systématiquement des écritures différentes d'un même nombre décimal. Faire compter de dixièmes en dixièmes / centièmes en centièmes. Travailler avec fractions, écart avec 7 (combien pour aller à 7?). Travailler sur le complément à 10 et à 100.</p> | <p>Recours à la droite numérique. Passage par les fractions décimales. Convertir en centièmes : $7 - 6,9 - 7,08$ Travailler sur les compléments (complément au nombre entier).</p> |
| <p>CM1 : 8 2 5,3 4 + 4 0,9 ----- ---</p> | <p>On dit toujours aux élèves d'aligner à droite. Pas de trou du côté droit. On aligne en commençant à droite. Amalgame avec les entiers. Ne tiennent pas compte de la virgule. Statut de la valeur des chiffres dans un nombre décimal non acquis. Manque de lien entre numération et calcul. <u>Prévenir</u> : Toujours travailler sur les différentes écritures. Distinguer partie décimale et partie entière (par couleur).</p> | <p>On peut avoir recours au tableau de numération (partie entière / partie décimale). Calculer l'ordre de grandeur (pour vérifier). Partir d'un problème dont la</p> |

| | | |
|---|--|--|
| | <p>Repérage de l'unité : Dire dès le CP : on aligne les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines... comprendre la valeur des chiffres.</p> <p>l'alignement se fait par rapport aux unités. La virgule indique où est l'unité, elle sépare la partie entière et la partie décimale.</p> | <p>solution passerait par cette opération et qui ferait sens.</p> <p>Penser à « aligner » les virgules.</p> |
| <p>CM1 : 1,53 x 100 = 150, 3 Ou 100,53 Ou 1,5300</p> | <p>En général, erreurs du type : 100,53 ou 100,5300 ou 1,5300 plus fréquentes que 150,3.</p> <p>Seule la partie entière décimale ou entière a été multipliée par 100 ou une partie par 10.</p> <p>1,5300 = Utilisation de la règle systématique. « On met 2 zéros ».</p> <p>150,3 = mauvaise écriture de 153 ? Il a déplacé de 2 crans mais a voulu conserver une virgule (+ règle du 0).</p> <p>100,53 = il a multiplié la partie entière. 1,5300 : problème de « vocabulaire », on rajoute deux zéros.</p> <p>On peut voir ici une « peur » d'enlever la virgule.</p> <p>- <u>Prévenir</u> : Ne pas dire « rajouter deux zéros » lorsqu'on travaille sur les entiers.</p> <p>Présentation de la règle : On tire tous les chiffres du nombre d'un cran(x 10) / de 2 crans (x 100) vers la gauche = Utiliser un tableau et décaler. Travail sur les ordres de grandeur : 1,53 est proche de 1 (ou 2). $1 \times 100 = 100$ ($2 \times 100 = 200$). on est loin de 1,5300.</p> <p>Faire comprendre aux élèves que lorsqu'on multiplie un nombre quel qu'il soit par 10, on change le statut de la valeur des chiffres (le chiffre des unités devient dizaines, celui des dizaines devient centaines...) et lorsqu'on multiplie par 100, c'est le même processus (le chiffre des unités devient centaines, celui des dizaines devient unités de mille...).</p> | <p>Donner 1,53x100 à la classe, faire un relevé des propositions (débat argumentatif)</p> <p>Faire des jeux d'écriture où les entiers ont une virgule (4,0).</p> <p>Analogies avec d'autres exercices.</p> <p>Faire observer aux élèves que multiplier par 10 ou 100 revient à décaler de 1 ou de 2 crans vers la gauche dans le tableau de numération tous les chiffres du nombre.</p> <p>Passer par l'utilisation de la monnaie : $1\text{€}53 = 1 \text{€} \times 100$ et $50 \text{ centimes} \times 100$ et $3 \text{ centimes} \times 100$.</p> |
| <p>CM1 : il n'y a rien entre 1,5 et 1,6</p> | <p>Vision comme sur les entiers : pas de nombre entre 5 et 6 donc rien entre 1,5 et 1,6.</p> <p>Division de l'unité non comprise. Sur la règle graduée, il n'y a rien entre 1,5 et 1,6.</p> <p>Pas de notion de centièmes.</p> <p><u>Prévenir</u> : Travailler sur la droite numérique et avec des parties décimales à plusieurs chiffres.</p> <p>Utilisation de droites graduées avec une graduation de + en + fine.</p> <p>Faire apparaître les graduations plus petites.</p> <p>Intérêt de passer du temps sur les 1/100, de travailler les aller/retours 1/10 et 1/100.</p> <p>Compter de 10ème en 10ème et/ou de 100ème/100ème.</p> <p>Nécessité de la progressivité des apprentissages (on apprend d'abord les 1/10 et on « joue » avec pour les faire fonctionner dans des jeux d'écriture avant d'aborder les 1/100 de la même manière que les 1/10).</p> | <p>Revenir à la droite graduée avec écritures en dixièmes et en centièmes.</p> <p>Recherche de jeux d'écriture avec 1,5 (et 1,6) : une unité et 5/10 ; 15/10 ; 150/100...</p> <p>Entre 150/100 et 160/100, on peut intercaler.</p> <p>Situation-Problème : Passer par la droite numérique et faire trouver le milieu du segment 1,5 / 1,6.</p> <p>Passer par la monnaie : $1,5 = 1,50 \text{€}$.</p> <p>Travailler sur des nombres intercalés.</p> <p>Utilisation du tableau de numération pour faire apparaître les 0 dits inutiles.</p> |

4. Séquence théâtralisée des « moutons », programmation imaginée par J Chappaz pour un apprentissage des fractions et des décimaux.

Conçue par J Chappaz pour ses classes d'élèves, cette programmation en 5 modules est librement inspirée du document « **décimaux, entiers en 6^e... toute une histoire** » édité par l'IREM de Strasbourg. Y sont mêlées quelques situations librement adaptées d'Ermel CM1. L'idée est de partir d'une approche culturelle et historique du nombre décimal et d'y adjoindre des phases de recherches mettant les élèves en situation d'apprendre par des découvertes successives.

(Des liens peuvent être faits en classe avec l'histoire et l'histoire des arts).

Un module se déroule sur plusieurs jours consécutifs. Chacun d'entre eux est décliné en différentes étapes successives. Entre chaque module, on pourra mener une séquence dans un autre champ des mathématiques mais il est recommandé de réactiver quotidiennement les acquis concernant les fractions et les décimaux notamment pendant les temps dévolus au calcul réfléchi.

Idéalement, cette trame est surtout destinée à des élèves de CM1 mais elle peut tout à fait l'être à des élèves de CM2 ayant bénéficié d'une autre approche lorsqu'ils étaient en CM1.

Dans le cas d'une classe à cours double, elle est complètement adaptée.

Module 1 : Introduction des 10^e.

Histoire tirée du document épisode1 jusqu'aux 10e (fractions).

Retour sur les jeux d'écritures.

Les écritures romaines (symboles pour chaque rang où l'ordre importe peu) et arabo indiennes (numération de position) à comparer + apparition du zéro : pour la place vide chez les babyloniens puis nombre chez les indiens...

Travail en groupe : chacun a une forme et doit colorier $2/10$; $5/10$; $13/10$ (dupliquer)...

Idem avec une bande graduée de 0 à 3 et graduée en 10e : placer $3/10$; $5/10 (= 1/2)$; $12/10$...

Faire raconter ce qu'on retient de cet épisode.

Module 2 : Introduction des 100e (épaisseur de la ficelle).

Suite de l'histoire tirée du document, épisode 2. Dessins de carrés avec 100 carreaux : colorier $20/100 (= 2/10)$; $100/100$; $127/100$... + Repérage de différentes écritures.

Jeux d'écritures, manipulations avec +, -, x (idée de tendre vers les 1000e, on peut toujours créer quelque chose de plus petit). Recueil d'observation sur ce nouveau système.

A partir de la fraction d'une forme donnée ($2/100$), faire reconstituer $100/100$ (production de différentes formes selon les groupes).

Jeu des enveloppes : enveloppes avec des étiquettes-nombres ($1/10$: 20 étiquettes ; $1/100$: 30 étiquettes ; 1 : 3 étiquettes). **Sans papier ni crayon**, trouver le nombre contenu dans l'enveloppe (lien numération/calcul, égalités comme $10/10 = 1$, $10/100 = 1/10$...) →

Confrontations, justifications.

Entre-temps, séances de jeux de calculs : combien de 10e dans tel nombre ?...

Module 3.

Suite de l'histoire tirée du document, épisode 3. Essais d'écritures et « conversions » en 10e, 100e avec $2 \cdot 5^1 \cdot 7^2$ ($1 = 10e$; $2 = 100e$). notation de STEVIN.

Module 4.

Suite de l'histoire du document, épisode 4. L'apparition de la virgule (Révolution française).

Introduction de la virgule : $257/100 = 2,57$

Nouveaux jeux d'écritures avec la droite numérique.

Situations de comparaisons, encadrement, intercalation (d'après ERMEL CM1 ou CM2).

Ajout de colonnes au tableau de numération pour placer les 10e et les 100e.

Comparaison du système décimal avec les représentations précédentes.

(Liens et ruptures avec les entiers).

Module 5.

Culture et sciences : de Pythagore à nos jours.

Calculs sur les décimaux, exercices des manuels...

Sommes de fractions

Soustractions, additions (prise de conscience que les calculs deviennent plus simples avec les nombres à virgule plutôt qu'avec les écritures fractionnaires).

x 10, x 100.

Multiplications.