



Construction du nombre au cycle 1

*A partir du travail du groupe Maths 74 et de celui de
S.REBET et E. GONSOLIN*

Inspection Annecy Ouest Nov 2019

Déroulé

- Le point sur les savoirs professionnels utiles pour enseigner la construction du nombre au Cycle 1
 - D'un point de vue théorique
 - D'un point de vue pédagogique et didactique
- Jouer et analyser des situations de jeu pour les présenter aux autres selon des critères définis
- POUR
 - Distinguer quantité et nombre
 - Distinguer comptage numérotage et comptage dénombrement
 - Connaître les attributs du concept de nombre et en nourrir son enseignement

LES APPORTS DE LA RECHERCHE

- Enfants ont des proto connaissances des nombres et des formes dans l'espace qui sont les fondements sur lesquels s'édifient les connaissances mathématiques.
- Mais elles sont approximatives c'est pourquoi il y a nécessité d'un apprentissage du comptage pour construire des différences exactes entre les nombres qui acquièrent ainsi un statut symbolique
- Les enfants font des liens entre les nombres et l'espace : les supports qui permettent de travailler ces relations comme les mesures, les lignes numériques sont fondamentales
- Il s'agit d'enrichir les connaissances des élèves dans ce domaine au travers de jeux, de situations ludiques qui font appel au statut symbolique des nombres à la correspondance entre nombre et espace.

Les jeux de plateau qui utilisent cases, dés et déplacement en sont un exemple très intéressant.

Les jeux de manipulation de perles, de barres, de plaques, de cubes, les jeux de construction aussi.

UNE VIDEO POUR.....

Construire les premiers outils pour structurer sa pensée

Découvrir les nombres et leurs utilisations

Cet apprentissage demande :

- **du temps**
- **la confrontation à de nombreuses situations**
impliquant des activités pré-numériques puis numériques.

Les trois années de l'école maternelle sont nécessaires et parfois non suffisantes pour stabiliser ces connaissances...

...en veillant à ce que les nombres travaillés soient composés et décomposés.

POUR COMMENCER...

Des vidéos pour comprendre les enjeux de la construction du nombre



- Jeu de dominos



- Jeu de mémoire



- Jeu de l'ordre

LES OBSTACLES

- **Que pourriez vous en dire?**

Une autre vidéo soumise à votre attention



Que repérez-vous?

- **Il s'agit d'un problème lié au langage ET à l'apparente efficacité du comptage-numérotage**
 - La perception immédiate des quantités n'est pas la reconnaissance immédiate la première s'appuie sur des proto connaissances la deuxième sur des apprentissages.
 - La méconnaissance de la file numérique
 - Le comptage par pointage n'est pas maîtrisé
 - L'absence d'images mentales fiables du nombre, stratégie coûteuse
 - L'énumération ne donne pas le total, le comptage équivaut à la numérotation-étiquette d'un objet et non à un ordre stable voire non conventionnel (5,8,8,10,11..)
 - Les mêmes mots en français signifient un caractère ordinal ou cardinal de sorte que les élèves peuvent répéter sans comprendre (cf vidéo classe de E Gonsolin)
 - La mobilisation de symboles est donc **un enjeu langagier majeur**

QUE S'AGIT IL D'APPRENDRE ?

DESIGNATION

CARDINAL

NOMBRE PEUT
AVOIR PLUSIEURS
SENS

ORDINAL

CALCUL

1. Construire la notion
de quantité

2. Stabiliser la
connaissance des petits
nombres

3. Désigner avec les
nombres un rang une
position: mobiliser des
symboles

CONCEPT DE
NOMBRE

5. Dénombrement par
comptage

4. Acquérir la suite des
nombres

1. Construire le nombre pour exprimer les quantités.

La quantité n'est pas la caractéristique d'un objet mais d'une collection d'objets

L'enfant doit également comprendre que le nombre sert à mémoriser la quantité.

L'enfant fait d'abord appel à une estimation perceptive et globale= subitizing

Des activités essentielles pour l'apprentissage du nombre :

La comparaison des collections

La production d'une collection de même cardinal qu'une autre

2. Stabiliser la connaissance des petits nombres

La stabilisation de la notion de quantité, par exemple trois, est la capacité à :

- donner,
- Montrer
- Évaluer ou prendre un, deux ou trois,
- À composer et décomposer deux et trois.

**Entre deux et quatre ans,
stabiliser la connaissance des petits nombres (jusqu'à cinq)
demande des activités nombreuses et variées :**

- La reconnaissance de petites quantités (le subitizing),
- la décomposition et recombinaison des petites quantités
- la reconnaissance et l'observation des configurations connues (dés, les doigts de la main...),

La correspondance terme à terme avec une collection de cardinal connu.

3. Utiliser le nombre pour désigner un rang, une position

Le nombre permet également de conserver la mémoire du rang d'un élément dans une collection organisée.

Pour garder en mémoire le rang et la position des objets (troisième perle, cinquième cerceau), les enfants doivent définir un sens de lecture, un sens de parcours, c'est-à-dire donner un ordre.

Cet usage du nombre s'appuie à l'oral sur la connaissance de la comptine numérique et à l'écrit sur celle de l'écriture chiffrée.

4. Acquérir la suite orale des mots-nombres

Elle doit être travaillée pour elle-même
et constituer un réservoir de mots ordonnés.

**La connaissance de la suite orale des noms des nombres
ne constitue pas l'apprentissage du nombre mais y
contribue.**

5. Dénombrer

Les activités de dénombrement doivent :

Éviter le comptage-numérotage et privilégier le comptage dénombrement par itération,

Faire apparaître, lors de l'énumération de la collection que **chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée.**

Progression de l'apprentissage

- **Les trois premiers nombres en PS**
 - **Les cinq premiers en MS**
 - **Les dix premiers en GS**

- Les vignettes suivantes sont tirées de la conférence de R Brissiaud, comme la vidéo présentée en introduction, le tout accessible avec le lien ci-dessous

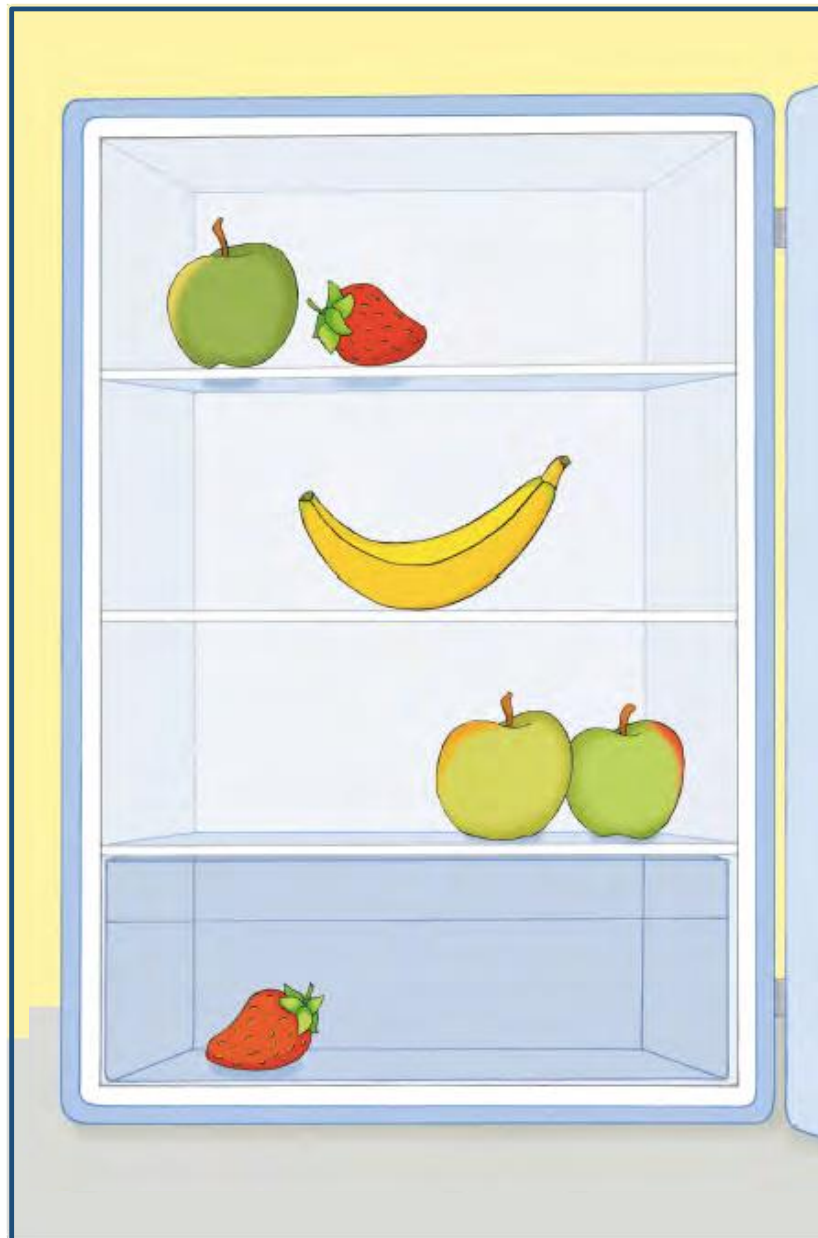



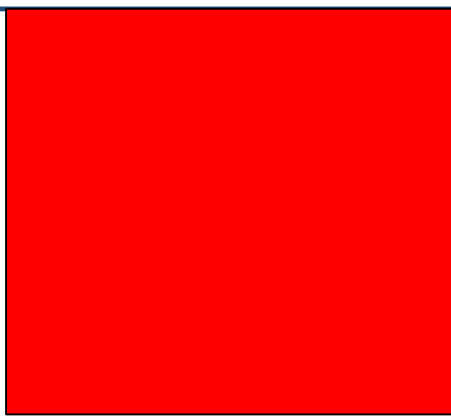
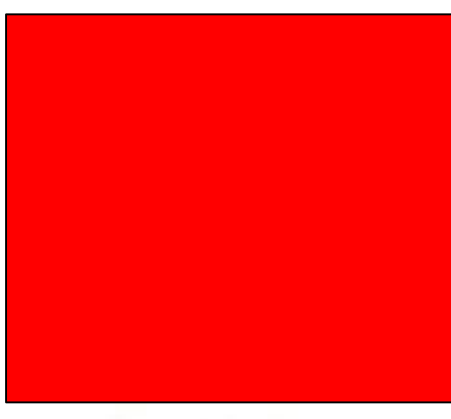
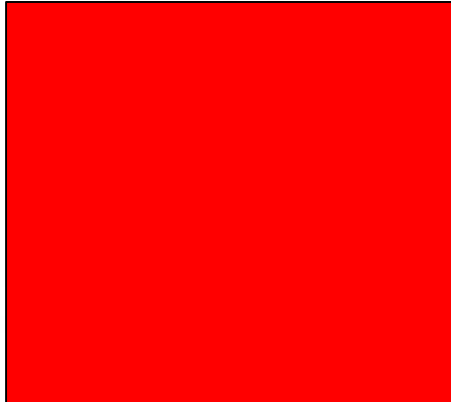
<https://gex-sud.circo.ac-lyon.fr/spip/spip.php?article183>

- et des ouvrages ci-dessous:



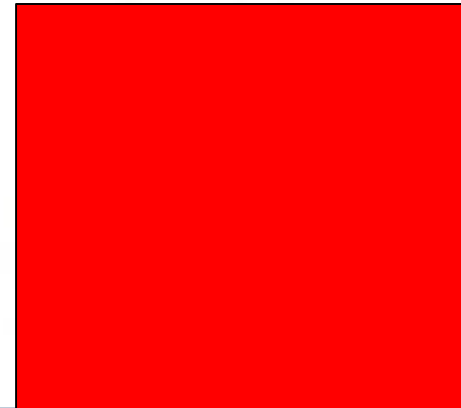
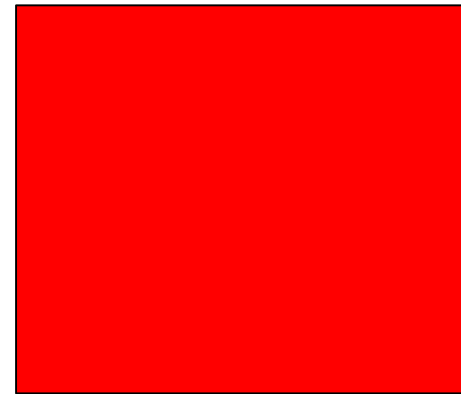
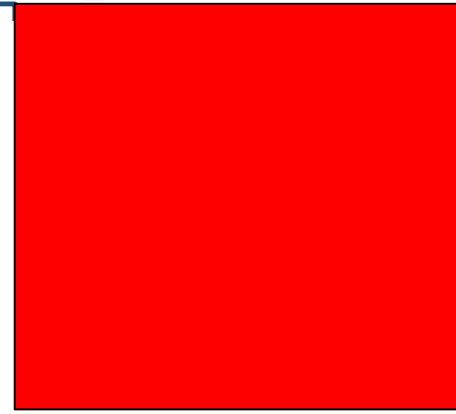
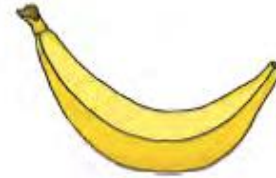
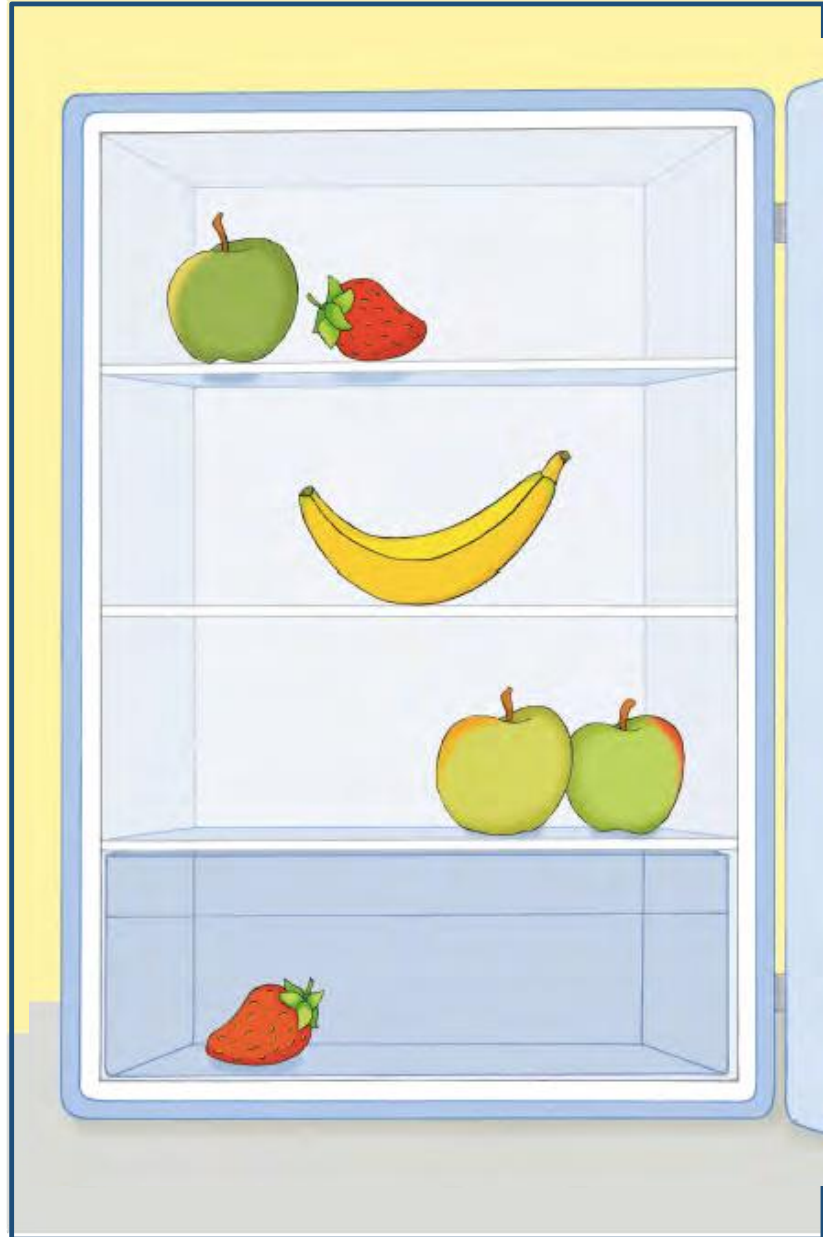
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)

	  	  
---	---	--

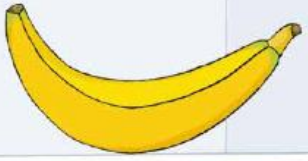
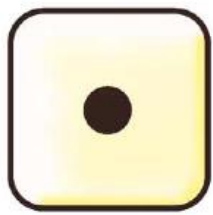
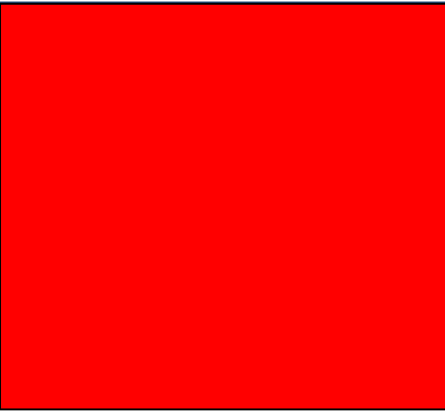

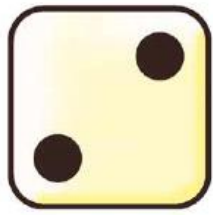
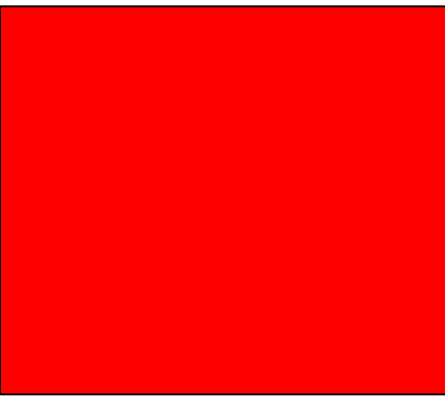
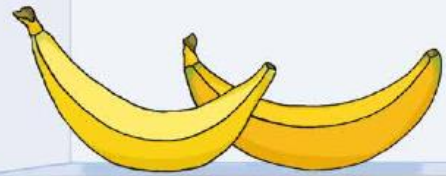

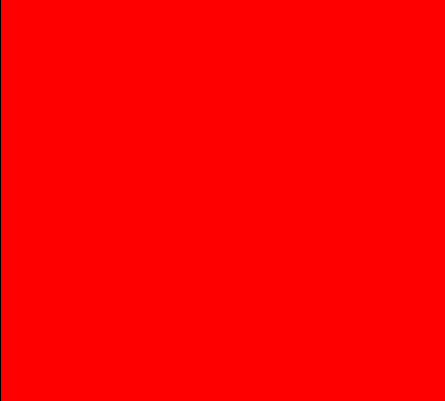
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)



Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec N = 3, 2 ou 1)

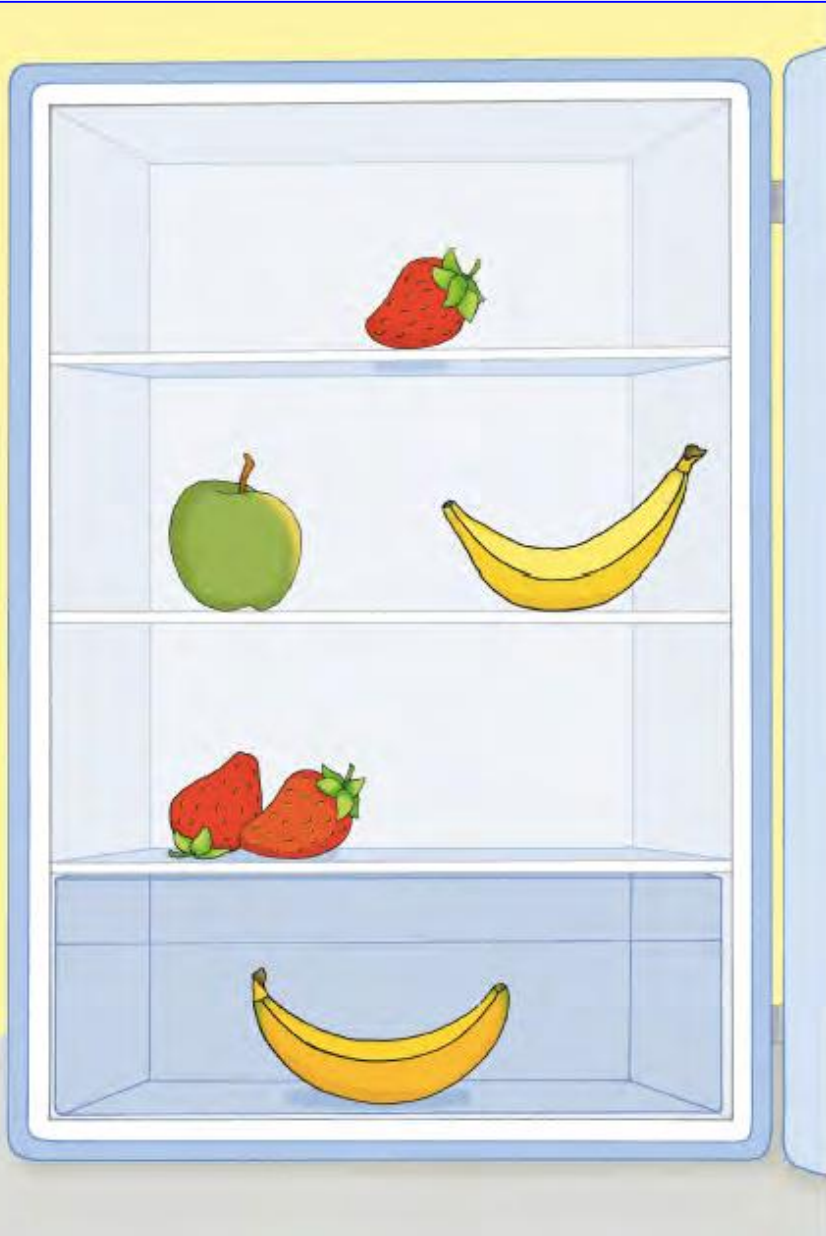
Trois types de situations-problèmes dès la PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec N = 3, 2 ou 1)

The image illustrates a visual discrimination task. On the left, a refrigerator is shown with four shelves. The top shelf contains one banana. The second shelf contains one green apple. The third shelf contains three bananas. The bottom shelf contains one green apple and one strawberry. To the right of the refrigerator are three yellow square buttons with black dots: the top one has one dot, the middle one has two dots, and the bottom one has three dots. Further right are three red rectangular boxes. The middle box contains two green apples, while the top and bottom boxes are empty.

Trois types de situations-problèmes dès la PS :

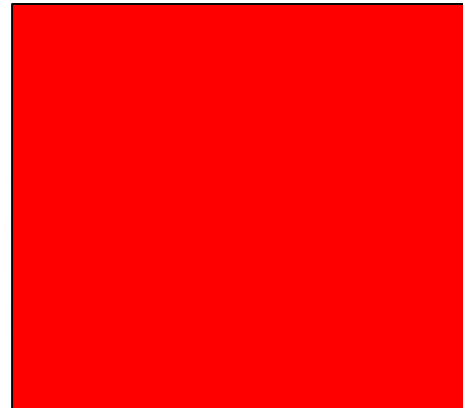
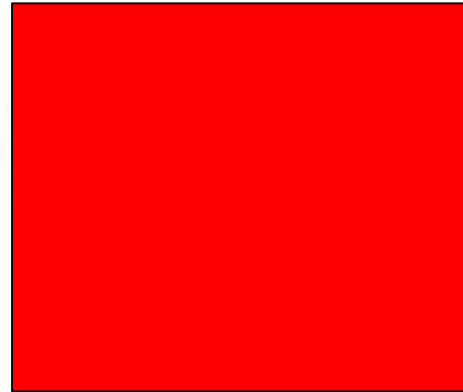
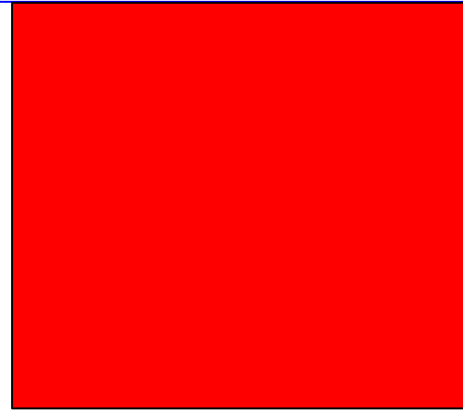
1. Dans l'image, il y a N... (avec N = 3, 2 ou 1)



1

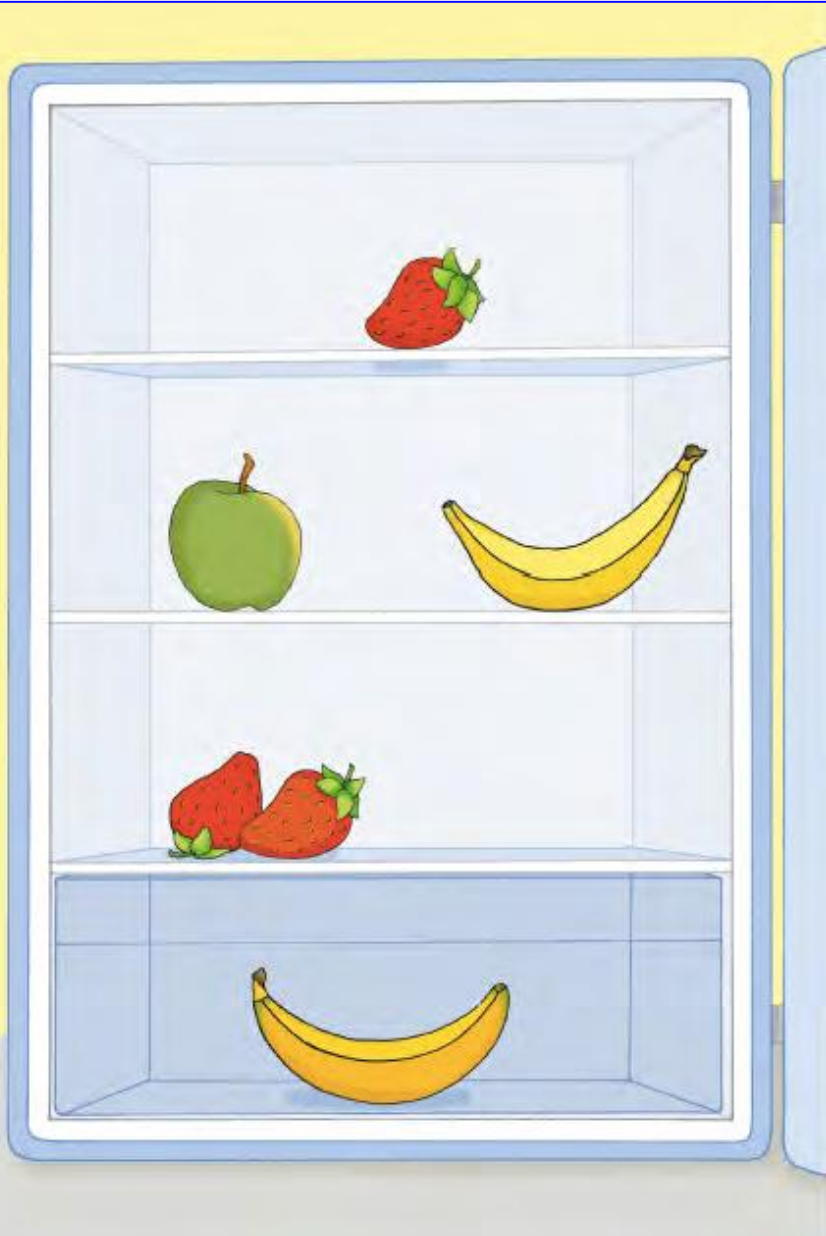
2

3

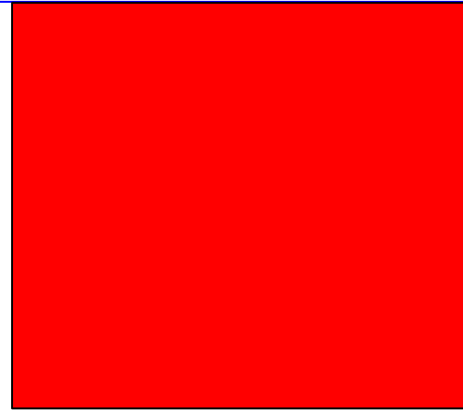


Trois types de situations-problèmes dès la PS :

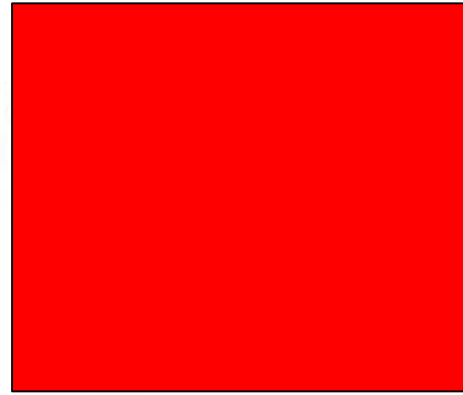
1. Dans l'image, il y a N... (avec N = 3, 2 ou 1)



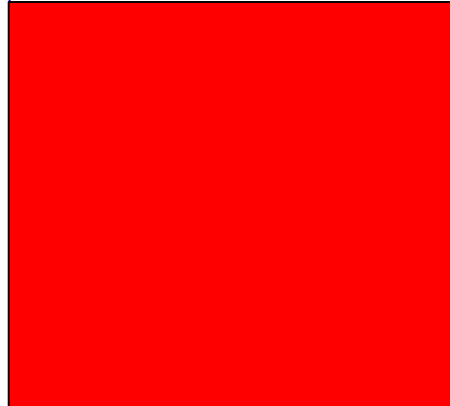
1



2



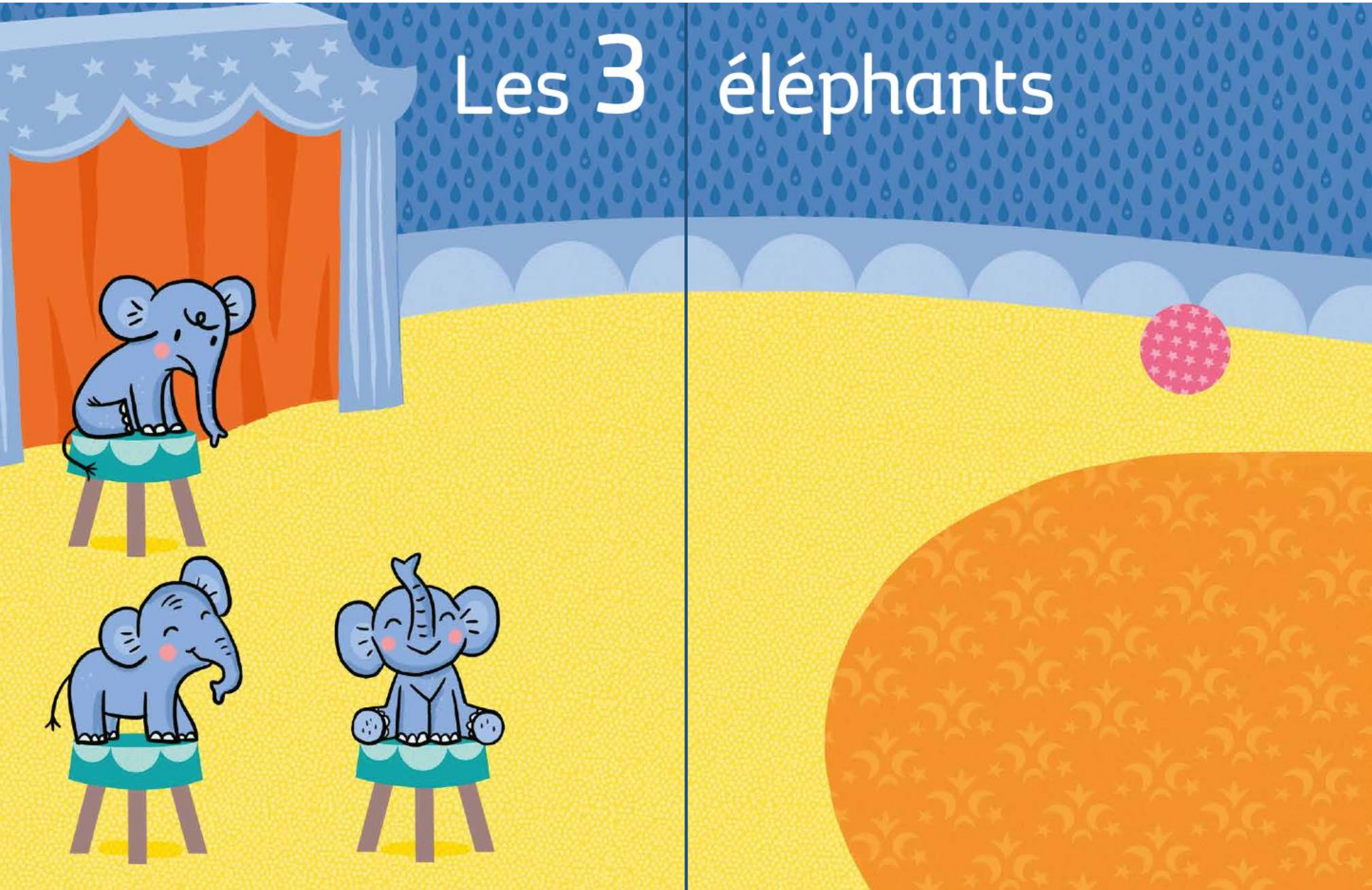
3



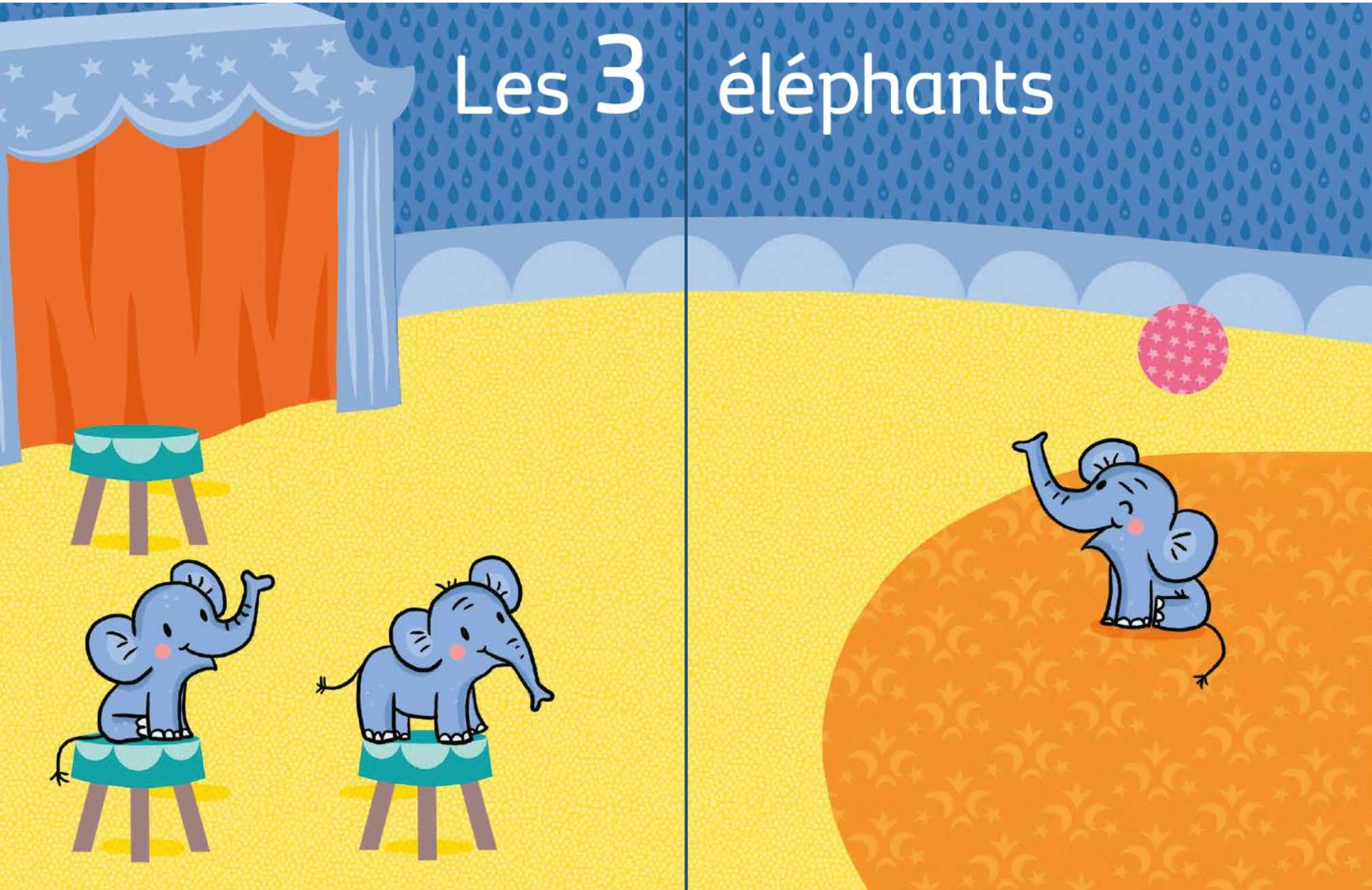
Trois types de situations-problèmes en PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)
2. Il y a 3 éléphants et 3 tabourets mais 1 éléphant n'est pas sur son tabouret...

Les 3 éléphants



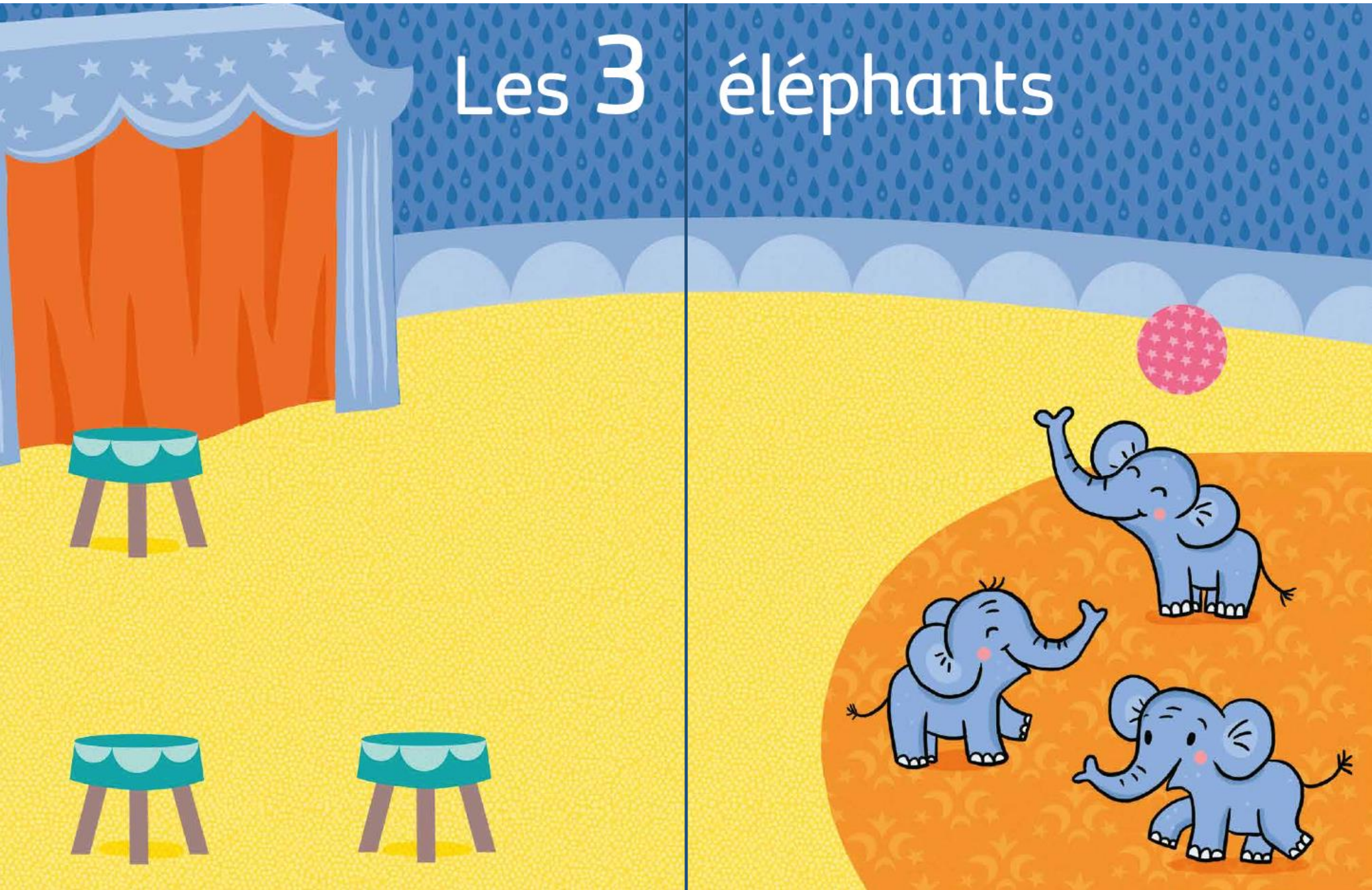
Les 3 éléphants



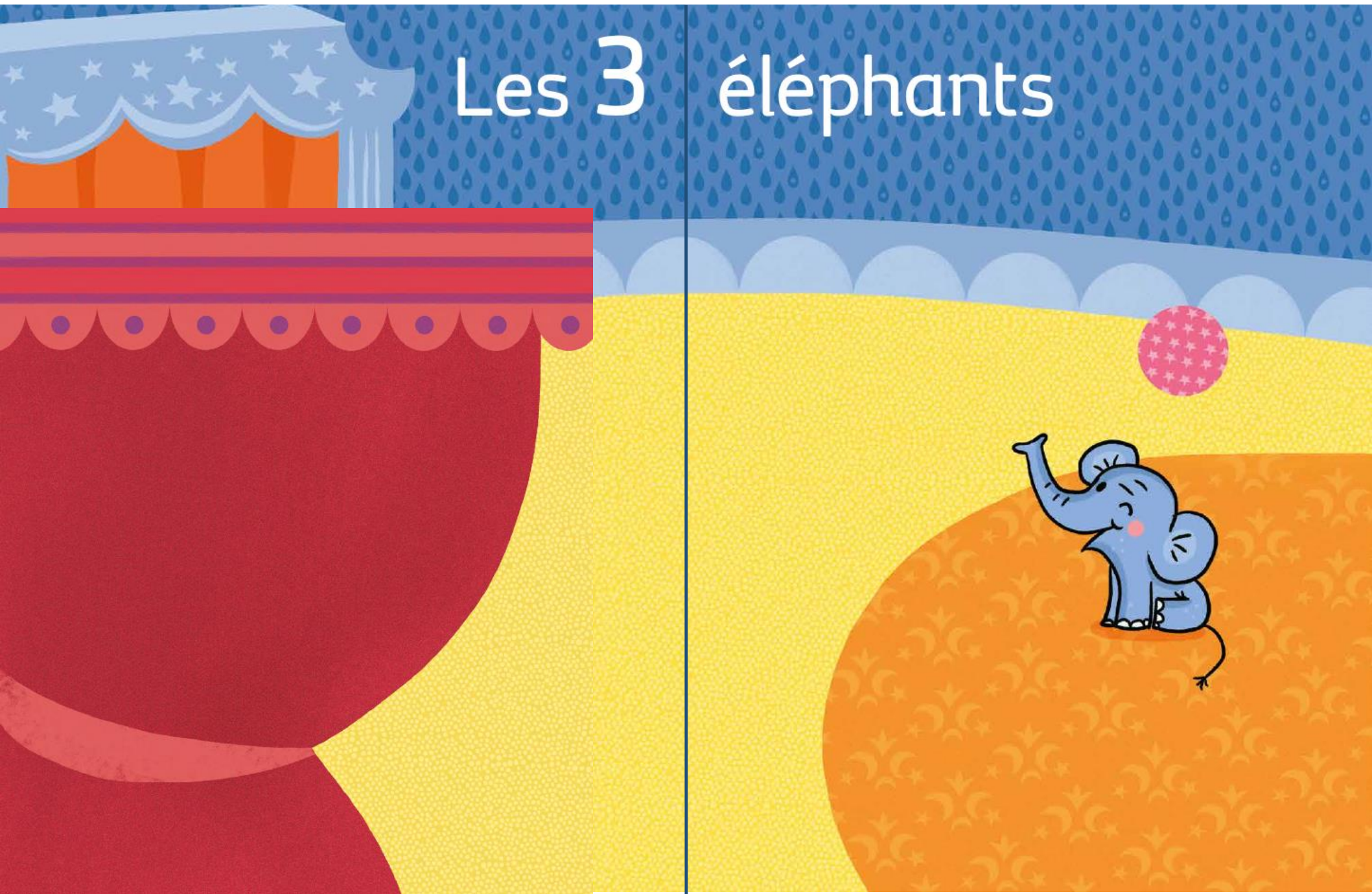
Les 3 éléphants



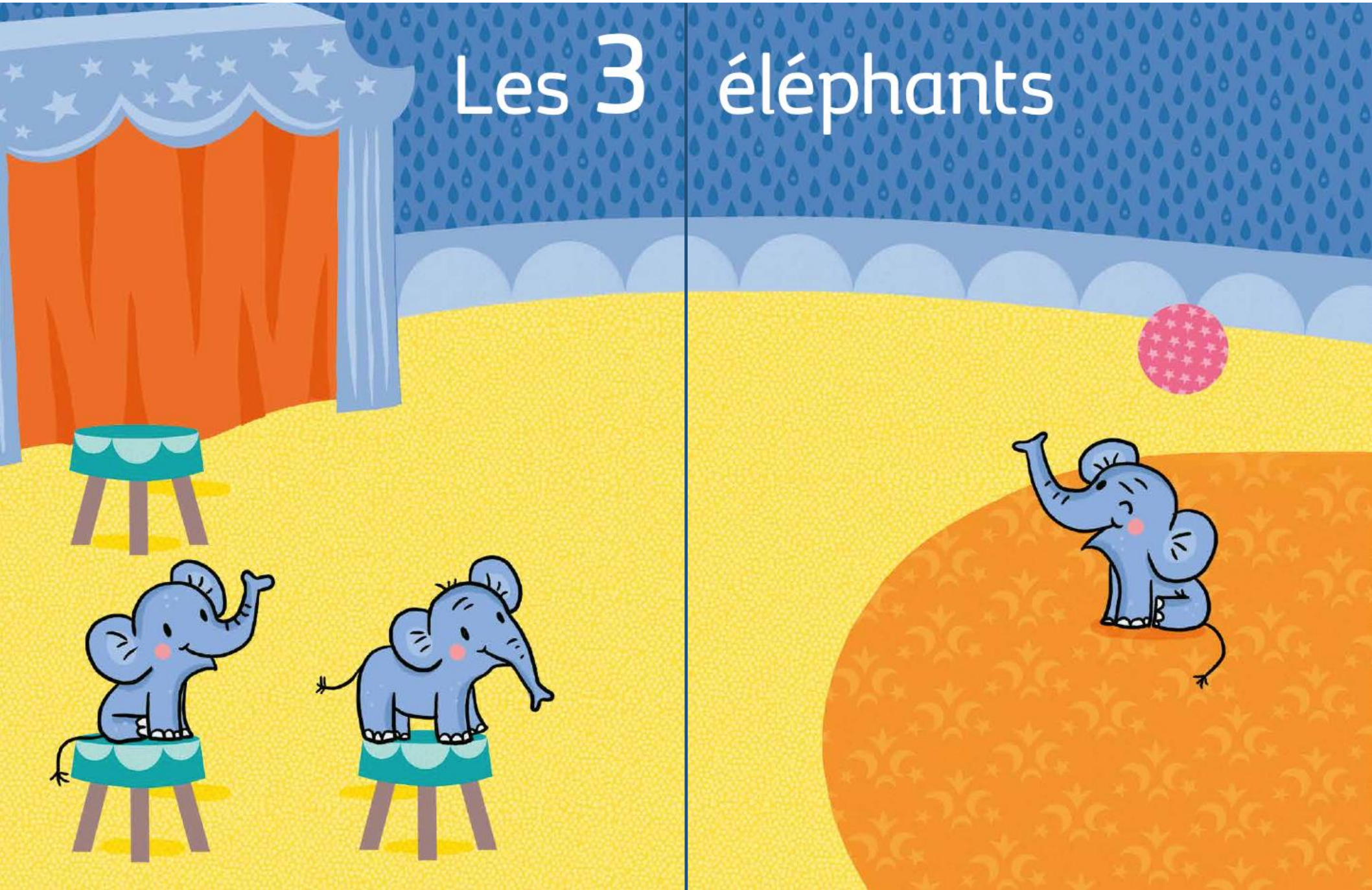
Les 3 éléphants

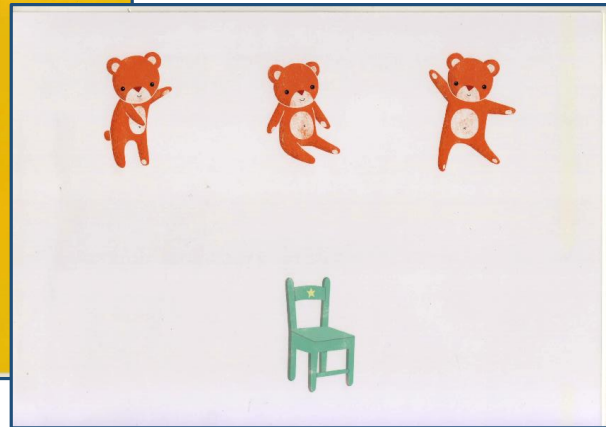
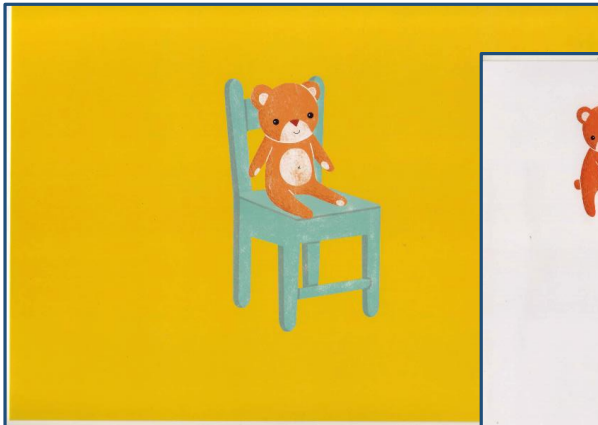
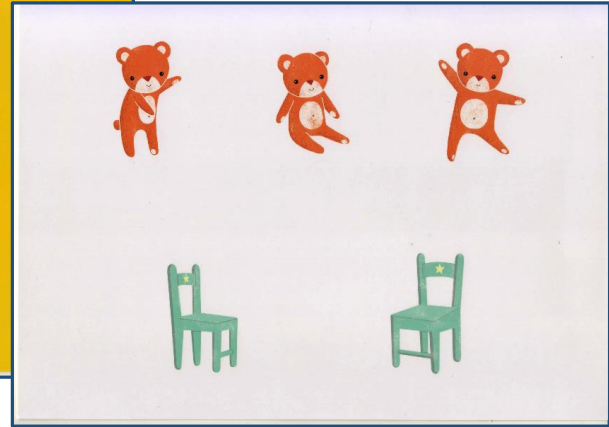
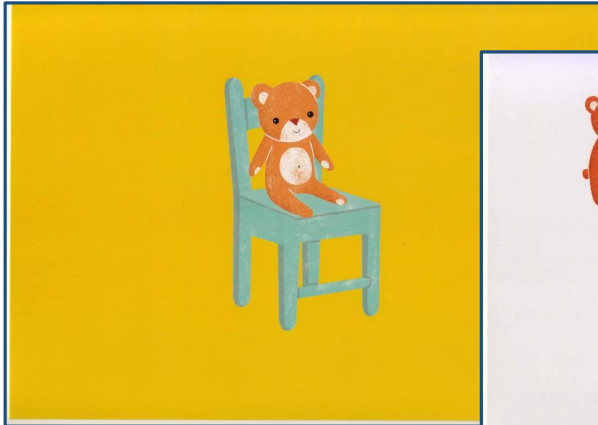
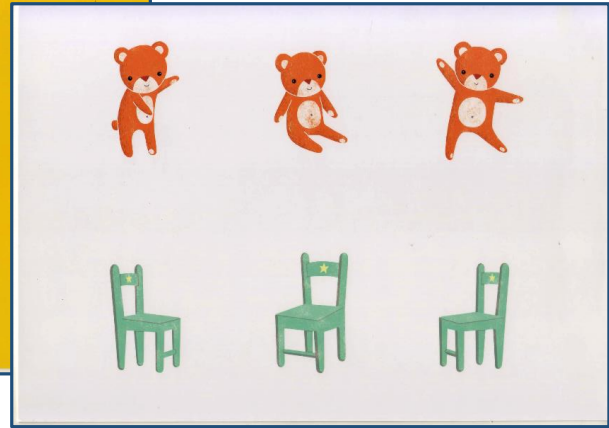
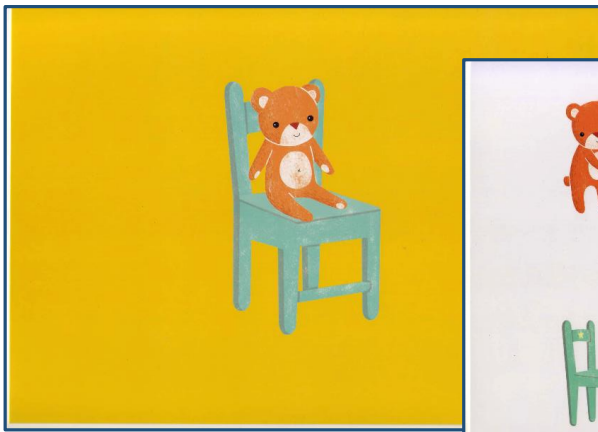


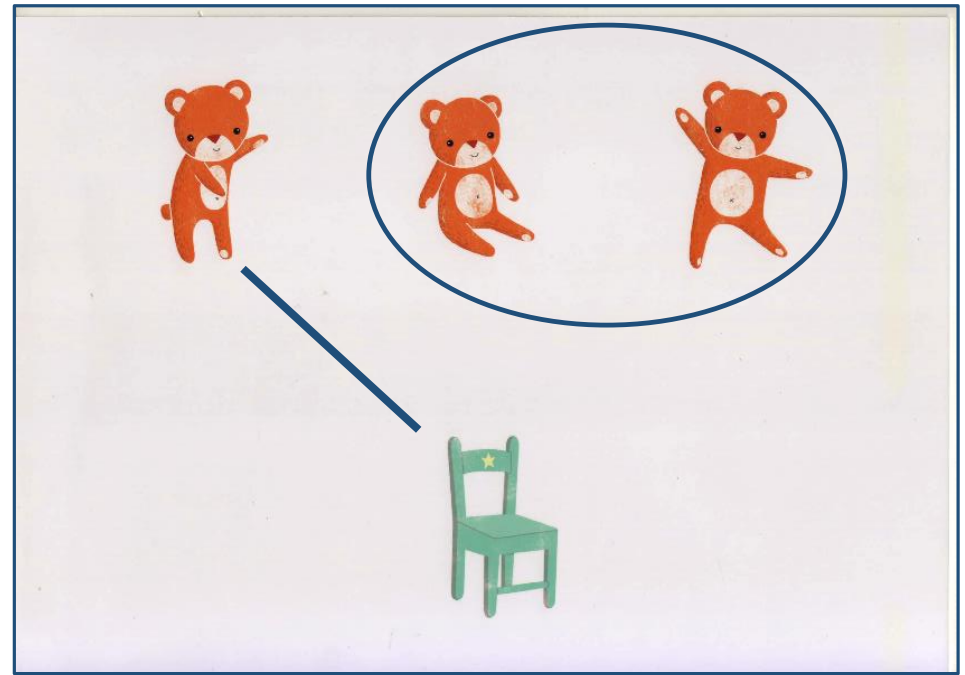
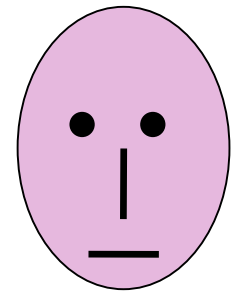
Les 3 éléphants

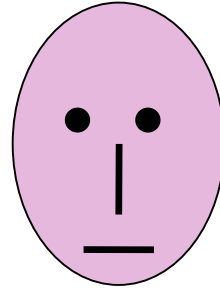


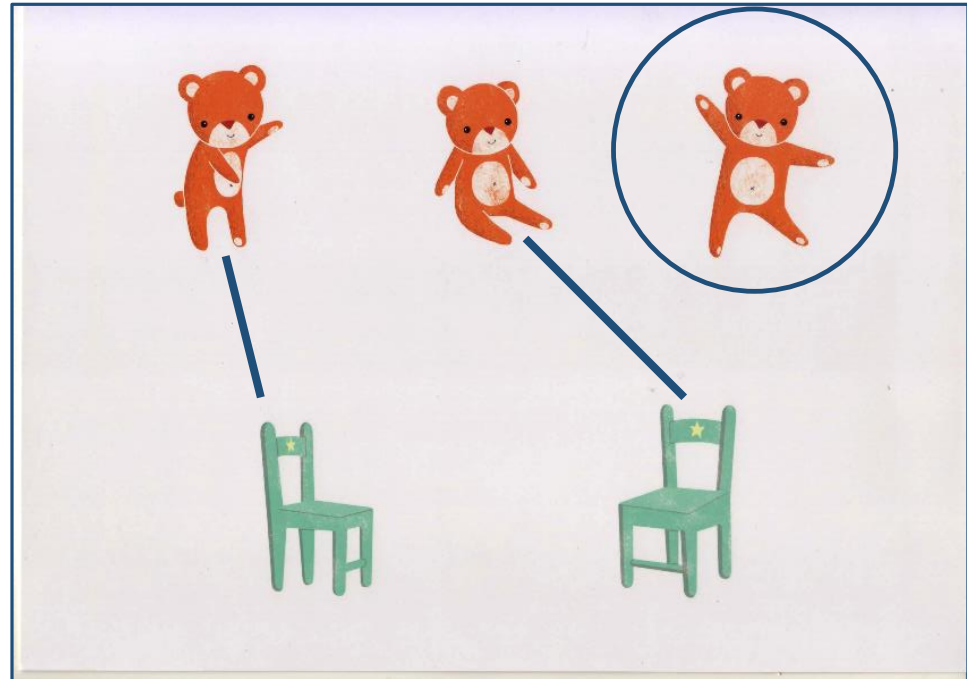
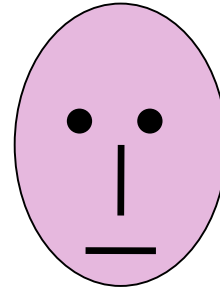
Les 3 éléphants











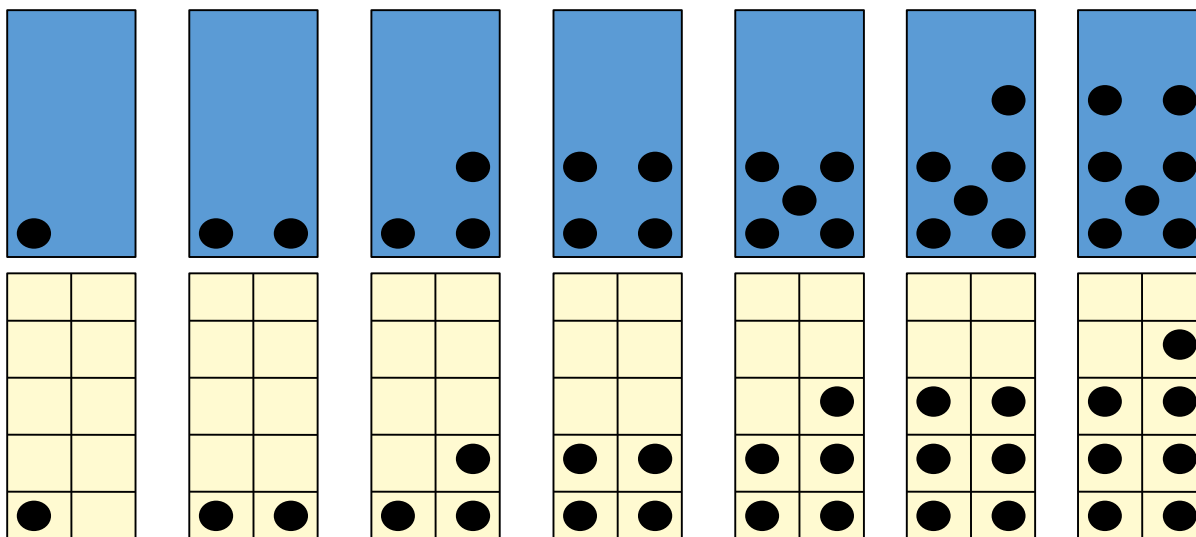
Trois types de situations-problèmes en PS :

1. Dans l'image, il y a N... (avec $N = 3, 2$ ou 1)
2. Il y a 3 éléphants et 3 tabourets mais 2 éléphants ne sont pas sur leur tabouret...
3. Il y a 3 nounours et 2 chaises. Combien de nounours vont rester debout ?

Ces trois situations ont en commun...

qu'elles mettent en jeu **DEUX QUANTITÉS DE TAILLES DIFFÉRENTES** et qu'elles invitent à les **COMPARER**.

- En MS, étude du nombre 4 en enseignant le comptage-dénombrement → 4 et en proposant les trois situations-problèmes → 4
- Puis, étude du nombre 5 en enseignant le comptage-dénombrement → 5 et en proposant les trois situations-problèmes → 5
- En GS, étude des nbres 6, 7, 8, 9 et 10 présentés comme « 5 et encore 1 », « 5 et encore 2 », « 5 et encore 3 »...



Les enfants doivent comprendre que:

- toute quantité s'obtient

en ajoutant "un" au nombre précédent.

- que sa dénomination s'obtient en avançant de un dans la suite des noms de nombres ou de leur écriture avec des chiffres.

Pour dénombrer une collection d'objets,
l'enfant doit être capable de synchroniser
la récitation de la suite des mots-nombres
avec le pointage des objets à dénombrer.

Cette capacité se structure en travaillant selon différentes modalités :

- en faisant varier la nature des collections,
- en mêlant des objets de différentes natures à l'intérieur d'une collection,
- en faisant varier leur organisation spatiale (organisée, non organisée, à distance les uns des autres, visibles ou pas).

QUELQUES MANIÈRES DE FAIRE EN CLASSE:

Une école qui organise des modalités spécifiques d'apprentissage

- Au sein de chaque école maternelle, les enseignants travaillent en équipe afin de définir une **progressivité des enseignements sur le cycle**.
- Ils construisent des **ressources et des outils communs** afin de faire vivre aux enfants cette progressivité.
- Ils constituent un **répertoire commun de pratiques**, d'objets et de matériels : **matériels didactiques**, jouets, livres, jeux.
- Dans tous les cas, les situations inscrites dans un vécu commun sont préférables aux exercices formels proposés sous forme de fiches.

Apprendre en jouant

- Le jeu favorise la richesse des expériences vécues par les enfants dans l'ensemble des classes de l'école maternelle et alimente tous les domaines d'apprentissages.
- Il propose aussi **des jeux structurés visant explicitement des apprentissages spécifiques.**

Apprendre en s'exerçant

- Les apprentissages des jeunes enfants s'inscrivent dans un temps long et leurs progrès sont rarement linéaires.
- Ils nécessitent souvent un temps d'appropriation qui peut passer :
 - soit par la reprise de processus connus,
 - soit par de nouvelles situations.
- Les modalités d'apprentissage peuvent aller, pour les enfants les plus grands, jusqu'à des situations d'entraînement ou d'auto-entraînement, voire d'automatisation.

Apprendre en cherchant

- Des situations ouvertes pour chercher
- Des situations fermées pour apprendre

UNE CONSTANTE DANS LES SITUATIONS DE CLASSE

- Les élèves sont mis en situation de **questionnement** au cœur de la manipulation d'objets, travail sur la **flexibilité cognitive**
- Il leur est proposé ou il est convenu de techniques ou de procédures pour mieux travailler : schématisation, manières de faire partagées...

COMMENT ENSEIGNER?

AU FINAL : QUELQUES PRINCIPES:

- Le comptage dénombrement par itération est une manière de contourner la difficulté
- La mémorisation de la symbolisation des nombres s'apprend dans la complexité des représentations (doigts, constellations, nombres écrits)
- Apprendre la permanence des quantités quelque soit espace occupé
- L'apprentissage de procédures et de stratégies est une manière de faire progresser élèves : l'explicitation des attendus, des procédures et stratégies, par les élèves eux-mêmes de leurs propres manières de faire.
- Multiplier les situations

S'OUTILLER ET EXPÉRIMENTER POUR ENSEIGNER EFFICACEMENT

Pour construire le concept de nombre: Travailler dans trois dimensions complémentaires

- Les nombres comme mémoriser
- Les nombres pour comparer
- Les nombres pour anticiper

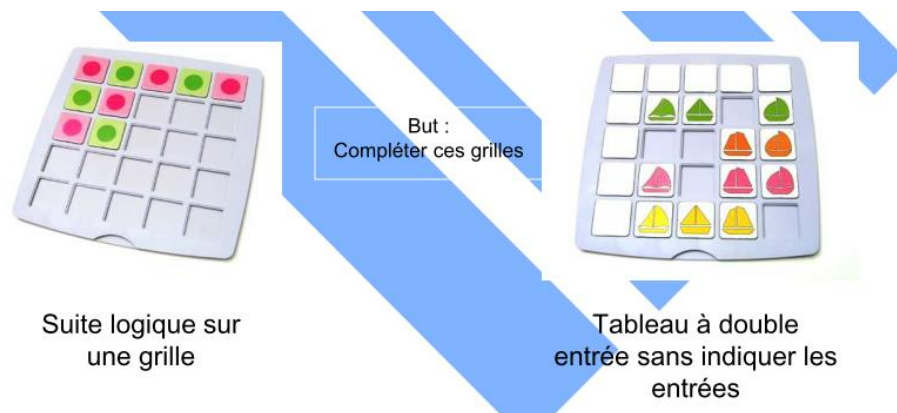
Pour construire le nombre dans chacune des dimensions, jouer sur les variables suivantes:

Première variable: Jouer sur trois types de situations

- **Fonctionnelles** (répondent à un projet, un besoin précis...) construire un tableau pour les activités/ préparer la table pour trois élèves...
- **Rituelles** (s'ancrent dans le quotidien cf vidéo visionnée): absents/présents; date...
- **Construites** (s'ancrent dans manipulation, la recherche... et la trace écrite)

Deuxième variable: Jouer sur les démarches à mobiliser

- PAR ESSAIS ERREURS



- PAR INDUCTION

Une pièce de jeu s'est perdue...



La boîte du jeu de formes s'est renversée dans la classe !
Les enfants ont tout ramassé mais il en manque une !!

Elle n'est pas ronde.

Elle n'est pas rouge.

Quelle est la forme manquante ?

- PAR DEDUCTION

Troisième variable: Jouer sur le type de situation de recherche

- Didactiques



- Si on donne à un élève ce personnage à refaire, il s'agit d'un problème pour apprendre.

Les contours des pièces sont visibles. L'élève doit reconnaître, différencier les pièces, les formes, repérer les différences de taille et les orientations.

- Adidactiques



- Si on donne ce personnage à refaire, il s'agit d'un problème pour chercher.

Il ne s'agit plus seulement de reconnaître les pièces ; les connaissances à disposition ne sont pas suffisantes.

Quatrième variable: Jouer sur la nature des situations

- Des situations non numériques
- Des situations numériques

Des situations non numériques

Des situations non numériques

a- Tous différents (ou rechercher tous les possibles)

- Les acromaths

Situation

Des acromaths : une seule taille, 3 couleurs.
Des « tambours » : 3 couleurs.



But

Trouver toutes les associations possibles : un acromath sur un tambour

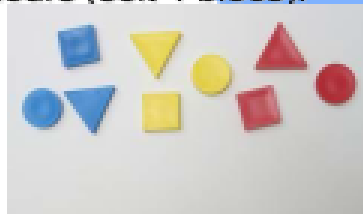
Variables didactiques

- Le nombre de propriétés en jeu,
- Les propriétés en jeu,
- Le nombre de valeurs pour chaque propriété,
- Les valeurs de chaque propriété.

b- Mastermind

Situation

Un ensemble bien défini de blocs logiques (ici, 3 formes 3 couleurs) mais on peut le faire, pour commencer, avec uniquement 2 formes et 2 couleurs (soit 4 blocs).

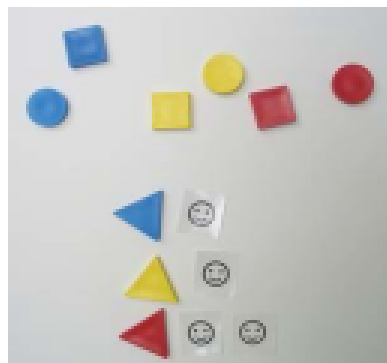


But

Trouver le bloc logique choisi au préalable.

Variables didactiques

- > le nombre de propriétés en jeu (donc le nombre de pièces)
- > le nombre de valeurs pour chacune des propriétés



L'enfant a toutes les pièces disponibles au départ.

Il les prend au fur et à mesure. S'il propose une pièce qui a une des propriétés commune avec celle qui a été choisie, on place un sourire ; sinon rien.

Une trace du cheminement est conservée. Une réflexion peut être conduite sur les procédures mises en place durant la recherche.

f- Les chemins quadrillés

Situation

Des réglettes de 10 longueurs différentes, à chaque longueur est associée une couleur. Le matériel sera détourné pour recouvrir un chemin quadrillé.



But

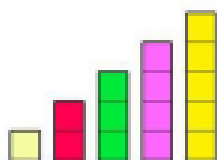
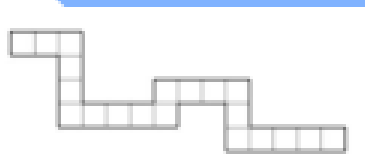
Recouvrir un chemin avec des réglettes

Variables didactiques

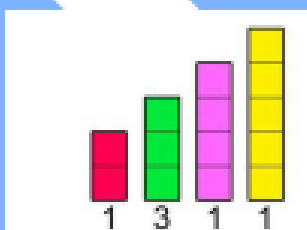
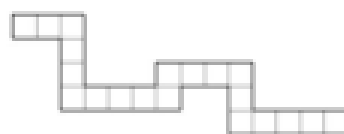
- Forme du chemin (surtout le nombre de changements de direction)
- Longueur des chemins
- Réglettes disponibles (leur nombre, leur couleur)

f- Les chemins quadrillés (suite)

Situation 1

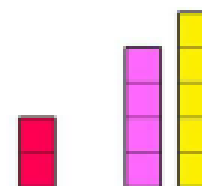
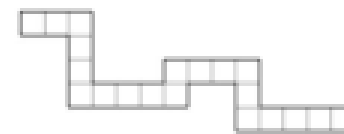


Situation 2



Les réglettes sont imposées

Situation 3

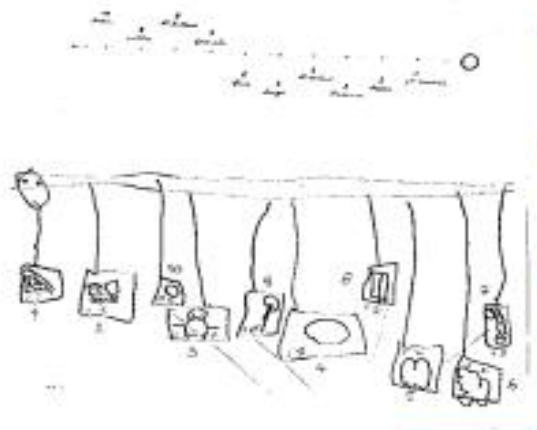


Seules les réglettes 2, 4 et 5 sont disponibles.

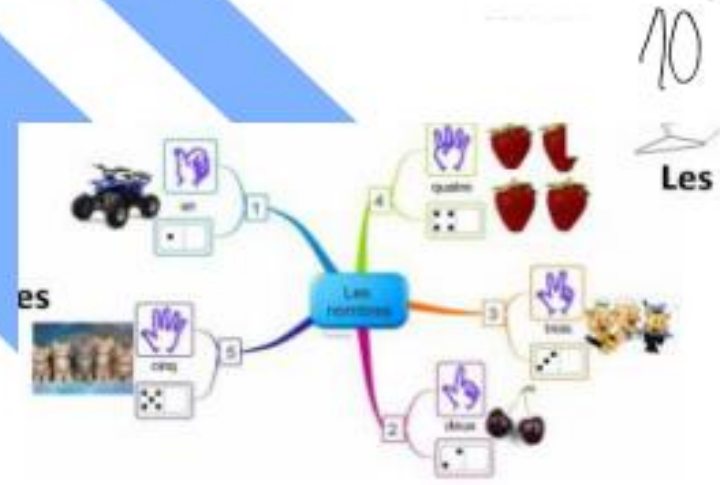
C'est le questionnement de
l'enseignant(e) qui fait
évoluer les connaissances
de l'élève = VERBALISATION

Traces en classes

Celles des élèves :



Celles de la classe :



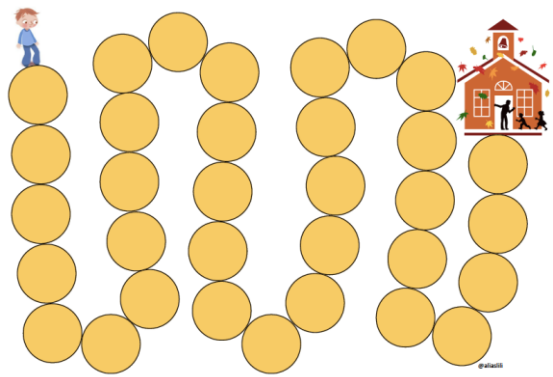
PRATIQUER POUR ANTICIPER LES SITUATIONS EN CLASSE

Nous vous proposons de pratiquer ces jeux et ensuite de les présenter au groupe:

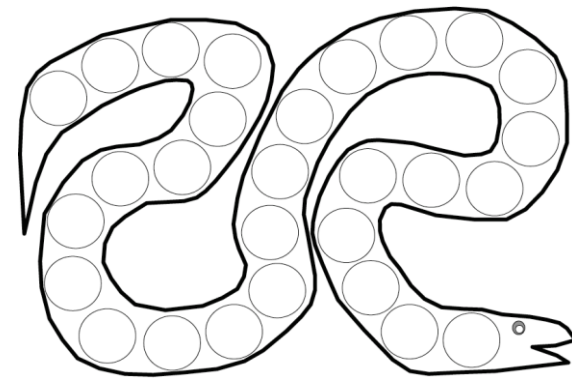
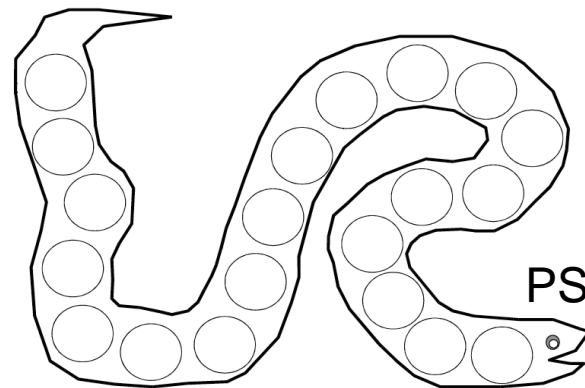
1. Quelle(s) composante (s) du concept de nombre permettent-ils de travailler ?
2. Quelles variables peuvent être mobilisées dans leur mise en œuvre ?
3. Quelle(s) dimension(s) privilégient-ils ?
4. Comment donneriez-vous la consigne de départ ?
5. Quelle progressivité de la TPS à la GS ?

Activités à vivre : retour

Le Petit Poucet



Le Serpent



MS/GS

La photo cachée

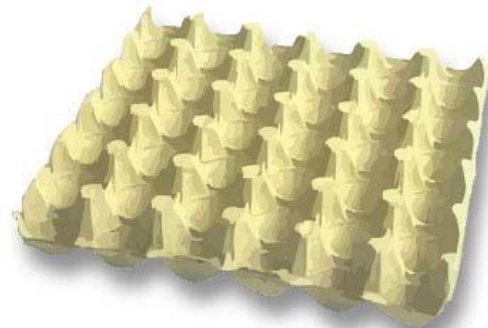


Activités à vivre : retour

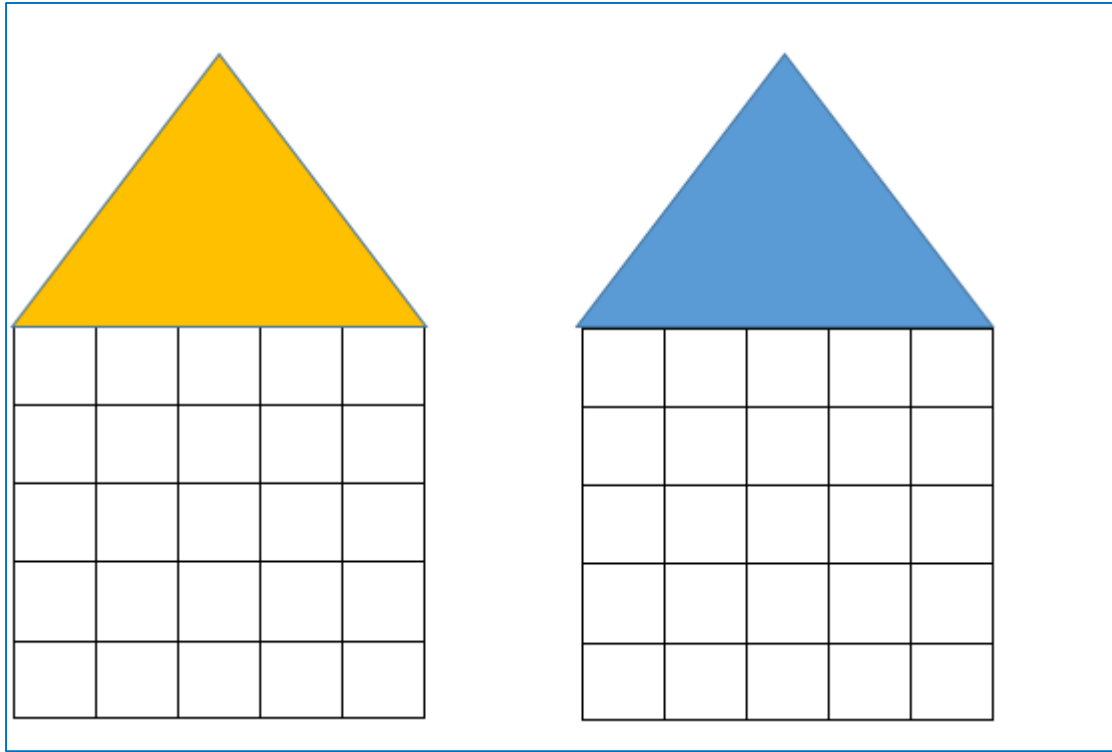
Le trésor



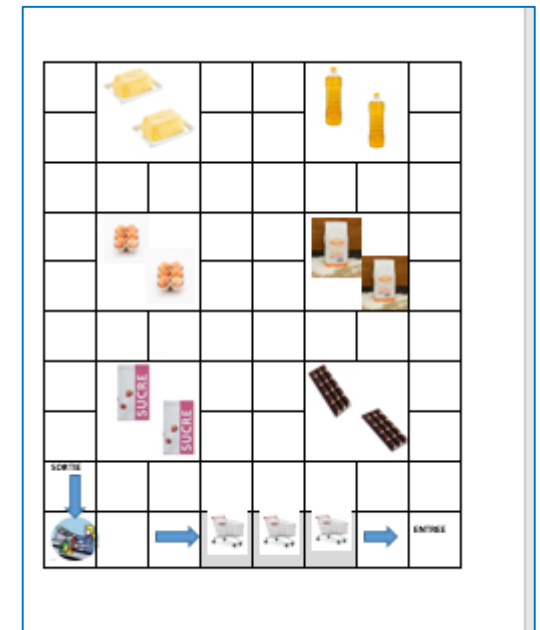
La boîte d'oeufs



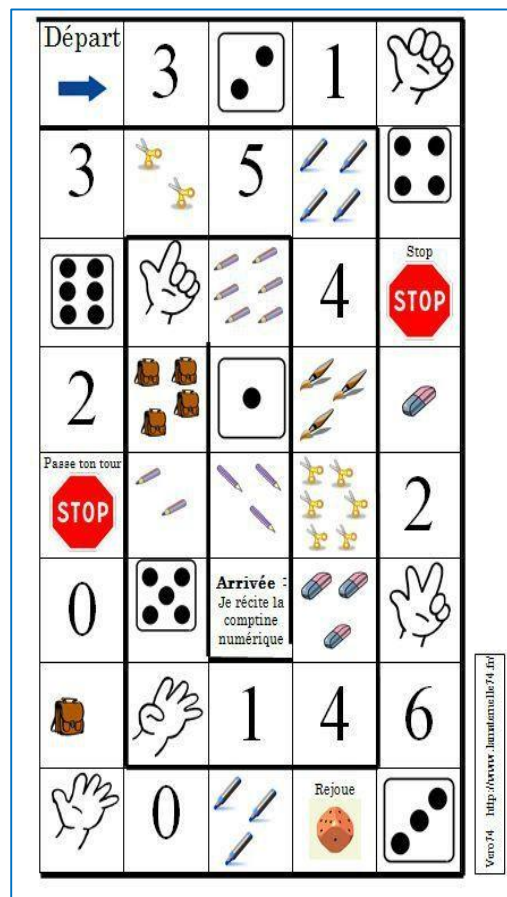
Construire sa maison



La course des caddies



Le jeu de l'oie



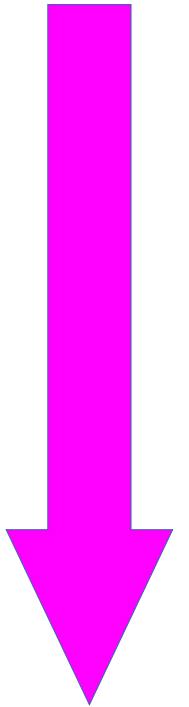
Les pochettes surprise

Les images dans les enveloppes

SYNTHESE

1. Les nombres pour mémoriser la quantité et la position

- Exprimer une quantité, une position pour la reproduire ou la comparer
- Procédures non numériques
- Nécessité du nombre en jouant sur les variables temps ou espace pour le rendre nécessaire la codification

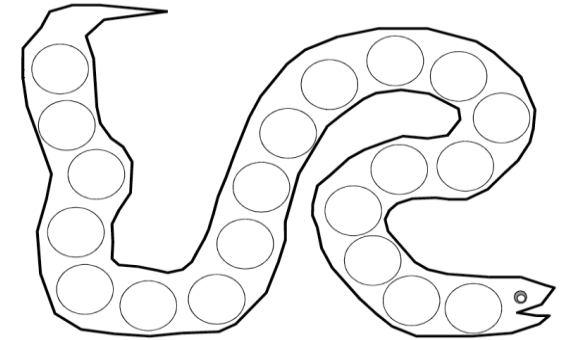
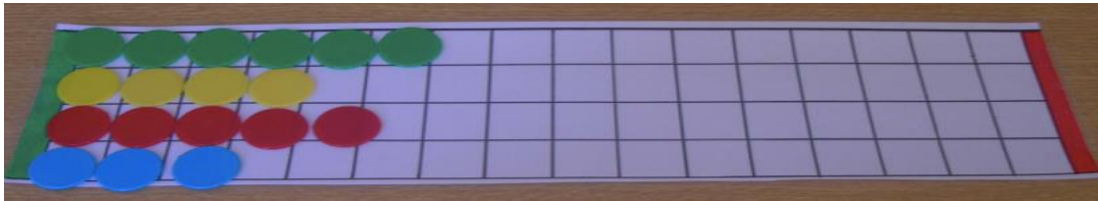


Dans quelles situations de classe?

- Lors des rituels
- Lors des jeux mathématiques ou en motricité
- L'exemple du jeu de l'ordre

1. Les nombres pour mémoriser la quantité et la position

- Le jeu de l'oie aide à la mémoire de position



- Enlever les nombres pour créer le besoin de numéroté
- Ne laisser que les numéros

1. Les nombres pour mémoriser la quantité et la position

- Deux situations :
- Les œufs dans la boîte



- La photo cachée



2. Les nombres pour comparer

TPS

Des procédures évolutives :

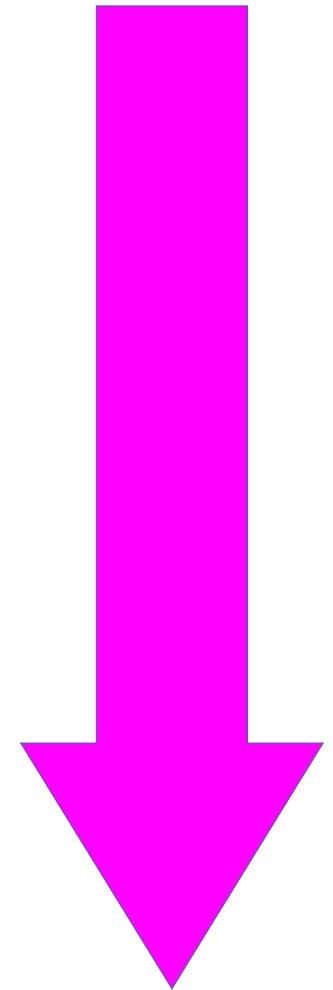
perception immédiate

correspondance terme à terme

dénombrement

suite numérique

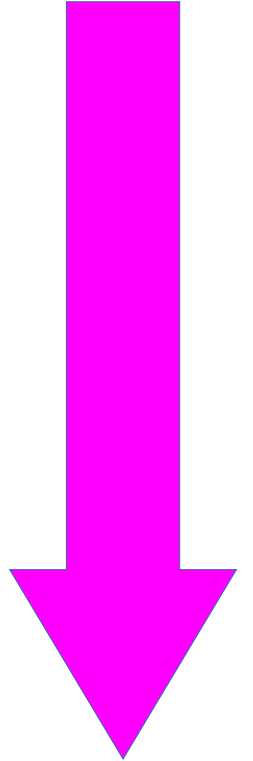
écriture chiffrée



GS

2. Les nombres pour comparer

- Comparer en se basant sur la perception sensorielle
- Passer à la correspondance terme à terme
- Arriver au nombre en variant le lieu et de la quantité



Dans quelles situations de classe?

- Lors des jeux en motricité
- Lors de situations de recherche en sciences: mesure de croissance du vivant...
- Les jeux du domino et memory

2. Les nombres pour comparer

- **Lien entre ordinalité et cardinalité :**
Manipuler
Utiliser la suite numérique orale et écrite

Le jeu de l'oie : lien cardinalité et ordinalité
suivant et précédent
verbalisation de l'enseignant

Départ →	3		1	
3		5		
			4	Stop
2				
Passer ton tour 				2
0		Arrivée : Je récite la comptine numérique		
		1	4	6
	0		Rejoue 	

Veno74 - <http://www.hanemelle74.fr/>

Autres jeux : le Petit Poucet / La chasse au trésor

3. Les nombres pour anticiper

Pour donner du sens au nombre

Résoudre les situations

Contrôler les réponses

Débattre

Types de problèmes :

Regroupement de collections

Partage et distribution

Déplacement sur une piste

Dans quelles situations de classe?

- Pour fabriquer des objets, des montages, pour faire des listes...
- Le jeu des coccinelles

3. Les nombres pour anticiper

Les trésors (regroupement de collections)

Les pochettes surprises (partage)

Le labyrinthe

La course aux caddies

Construire sa maison



LES ESSENTIELS PETIT RAPPEL

Construire la notion de
quantité

Stabiliser la
connaissance des petits
nombres

CONCEPT DE
NOMBRE

Désigner avec les
nombres: mobiliser des
symboles

Dénombrer par
comptage

Acquérir la suite des
nombres

Travailler dans trois dimensions

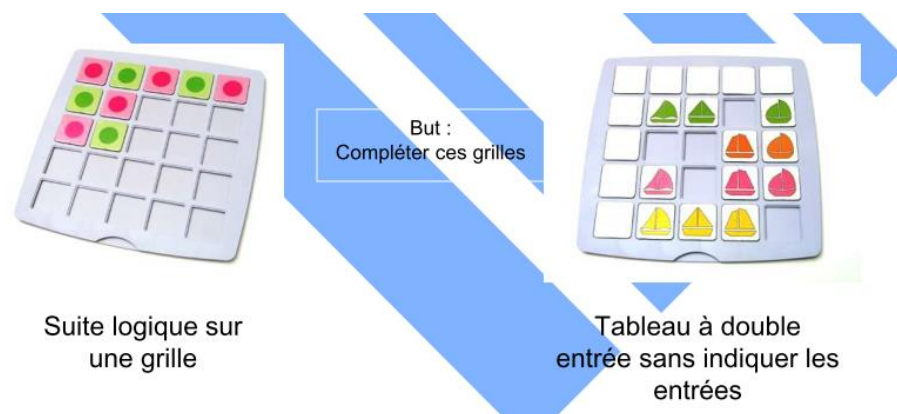
- Les nombres comme mémoriser
- Les nombres pour comparer
- Les nombres pour anticiper

Première variable: Jouer sur trois types de situations

- **Fonctionnelles** (répondent à un projet, un besoin précis...) construire un tableau pour les activités/ préparer la table pour trois élèves...
- **Rituelles** (s'ancrent dans le quotidien cf vidéo visionnée): absents/présents; date...
- **Construites** (s'ancrent dans manipulation, la recherche... et la trace écrite)

Deuxième variable: Jouer sur les démarches à mobiliser

- PAR ESSAIS ERREURS



- PAR INDUCTION

Une pièce de jeu s'est perdue...



La boîte du jeu de formes s'est renversée dans la classe !
Les enfants ont tout ramassé mais il en manque une !!

Elle n'est pas ronde.

Elle n'est pas rouge.

Quelle est la forme manquante ?

- PAR DEDUCTION

Troisième variable: Jouer sur le type de situation de recherche

- Didactiques



- Si on donne à un élève ce personnage à refaire, il s'agit d'un problème pour apprendre.

Les contours des pièces sont visibles. L'élève doit reconnaître, différencier les pièces, les formes, repérer les différences de taille et les orientations.

- Adidactiques



- Si on donne ce personnage à refaire, il s'agit d'un problème pour chercher.

Il ne s'agit plus seulement de reconnaître les pièces ; les connaissances à disposition ne sont pas suffisantes.

Quatrième variable: Jouer sur la nature des situations

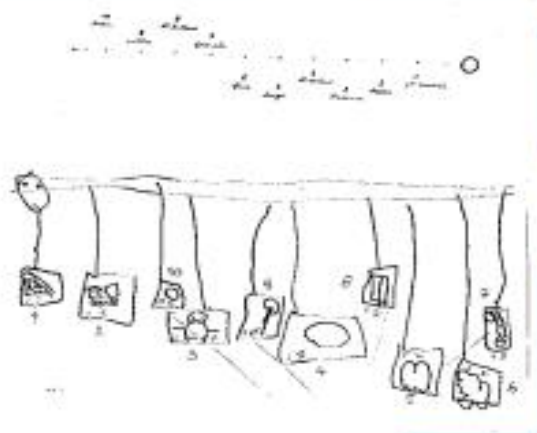
- Des situations numériques
- Des situations non numériques

Travailler dans trois dimensions

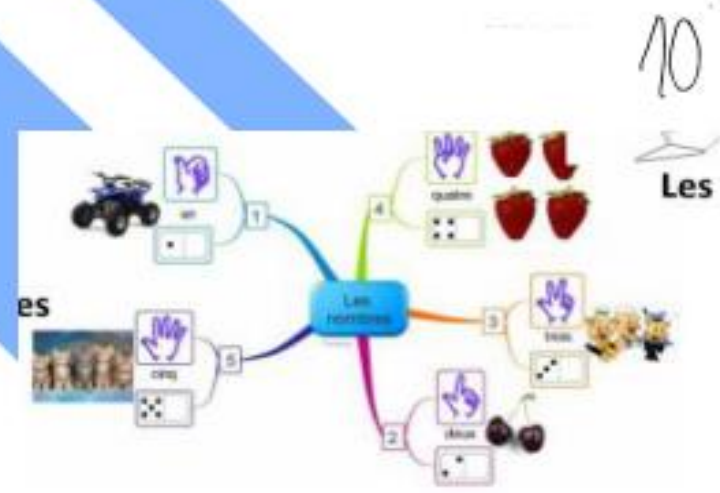
- Les nombres comme mémoriser
- Les nombres pour comparer
- Les nombres pour anticiper

Traces en classes

Celles des élèves :



Celles de la classe :



Ressources : internet

- Site pour travailler les obstacles

Aider les élèves à construire le nombre Situations proposées par les enseignants dans le cadre d'échanges de pratiques Animations pédagogiques, année 2005 - 2006

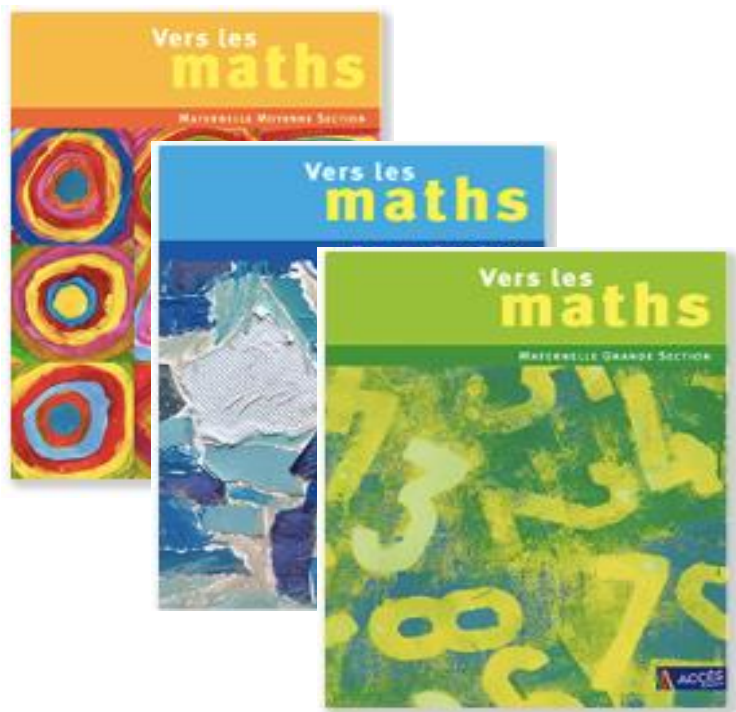
Frédérique Mirgalet, Franck Couturier
Conseillers pédagogiques, Circonscription de St Marcellin
Mars 2006

Situations à télécharger	Niveau de classe concerné X niveau de classe prévu, X possibilité d'adaptation					Obstacle travaillé voir les obstacles identifiés				
	PS	MS	GS	CP	CE1	Connaissance de la comptine	Comptage	Représentation de la quantité	Association nom et écriture du nombre	Confusion: nombre/numéro
Le dé du rituel	X	X					X	X		
Petites situations quotidiennes	X	X				X	X	X	X	
Le Dé	X	X						X		
La maison des nombres	X	X				X	X	X	X	
Compter en rythme	X	X	X			X				
Rituel du calendrier		X	X			X	X	X	X	X
La chasse aux objets		X	X					X		
Comptage des présents et des absents		X	X			X	X		X	
Le jeu des lapins		X	X				X	X		
Compter les présents		X	X			X	X			

<http://www.ac-grenoble.fr/ien-st-marcellin/mathechang.html>

Ressources : livres

- Livres pour construire le nombre en cycle 1



Accès Edition



J'apprends les Maths



17 jeux pour PS, MS et GS
de Lucette Champdavoine

Sources :

- Joël Briand, maître de conférence, « La construction des premiers nombres à l'école maternelle », septembre 2014

http://www.canal-u.tv/video/ecole_normale_superieure_de_lyon/09_bull_enseigner_les_mathematiques_a_l_ecole_primaire.8593

- André Jacquart, développement de la pensée logique et résolution de problème en maternelle, avril 2007

- Dominique Valentin, Découvrir le monde avec les mathématiques, Hatier, 2011