CONFERENCE VOYAGE AU PAYS DES NOMBRES C2/C3 ANNECY OUEST

MEYTHET LE METEORE 27/03/2013

Parcours historique et et apprentissage scolaire des mathématiques.

1. **<u>Première balade « A la conquête du nombre naturel »</u>**

Le nombre correspond à une appréhension de la nature et fonctionne dans une correspondance terme à terme. Cela est fonctionnel et matériel.

1.1 Origine des nombres :

- **Symboliser** avec des petits objets (billes d'argile)Mésopotamie et les sumériens il y a 4000 ans. (cf bourse d'argile)
- **Faire des entailles** pour mémoriser des nombres (3500 AJC)

Faire des encoches dans les cuillères de leur cuisine quand on est battue puis demande divorce quand manche recouvert.
Faire des entailles : encoches par rangée de 60 sur un os (ordonnées par ordre de quantité de nombres premiers) cet objet servait à calculer.

- **Utiliser des parties du corps :** différentes manières de faire et de coder selon les cultures et les bases de comptage utilisées.

1.2 le nombre entier naturel :

- n'existe pas dans la nature, c'est un concept construit, abstrait et qui se construit sur la mise en correspondance bi univoque qui permet aussi de comparer, de dénombrer.
- avant la création de système de numération, la trace écrite : on met en œuvre des comptages avec des jetons, gravure des nombres par symboles.
- Le progrès essentiel est en lien avec l'invention de l'écriture. Car les chiffres et les lettres ont longtemps été liés. Dans toutes les civilisations, on retrouve : une unité/un signe, l'idée du groupement, les groupes de groupes. Une multiplicité devient une nouvelle unité : point nodal de difficulté (dizaine, centaine, milliers..). Cf numération égyptienne(base dix utilise des symboles pour 1, 10, 100, 1000,... 7 symboles qui fonctionnent dans un système additif). Avec impossibilité d'aller au delà de 999999999 car le Million est symbolisé par dieu et donc le milliard n'existe pas car rien n'est au dessus de dieu. La notion d'infini n'existe pas.
- Qq civilisations sont allées plus loin : avec l'idée de position et l'idée du zéro : (chinois, maya, indo arabe et une plus ancienne la numération babylonienne).
- Des chiffres archaïques sumériens : base 10 et 60 : hésitation entre les deux bases. Système additif. Les babyloniens ont opté pour la base 60 (deux symboles : 1= un clou et 10= un chevron), vers 1800-2000 AJC ils commerçaient et ont donc choisi la base qui était le PPM de toutes les bases des pays avec lesquels ils commerçaient, et une numération de position. Cela permet d'économiser du temps et des moyens pour calculer, on cherche la rapidité et donc le progrès : exprimer des nombres avec peu de symboles. Le problème est que cela étant symbolisé il est difficile de lire lorsqu'il y a des grandes quantités de symboles car tout est affaire d'espacement.
- Ce sera aussi le contexte qui permettra la lecture des nombres de manière correcte(cf la tablette mystérieuse : table de 5 sur laquelle le contexte seul

nous permet de dire s'il s'agit de 1 ou 10...). il leur manquait le zéro qui permet de marquer l'absence et de dépasser la limite des numérations de position.
- Au fil des ères, le zéro va symboliser la quantité nulle. Car ambiguïté entre marqueur d'absence et de la quantité nulle. C'est une distinction difficile.
- Développé par les mathématiciens indiens (début du 7ème siècle) : il l'appelleront vide nul, les arabes nul et nous chiffres (traduction de l'arable sifr qui signifie nul).

1.3 Notre système de numération:

- Il est intéressant de revisiter d'autres systèmes de numération
- Base 10, utilise 10 chiffres, positionnel, symbole spécifique pour dire l'absence d'unités.
- Inde, Pays arabes (Bagdad avec la maison des sciences), (cf Al Khwarismi début 9ème siècle Ouzbekistan)
- Espagne qui devient le centre des recherches mathématiques (Grenade, Cordoue...)
- puis remontée vers le nord vers le 14ème. Les contributions des différentes civilisations sont variées.Cf le travail de Fibonnacci.
- L'écriture des chiffres a évolué sur une longue période.
- Constitution d'un langage universel au travers de cheminements successifs similaires.

1.4 Comprendre et lire les nombres

- un double aspect :Cardinal et ordinal
- naturel ? Non le zéro n'est pas naturel, 100 milliards est il naturel ? (ex il faut 11 jours pour compter jusqu'à un million/ 3171 années pour compter 100 milliards)
- en France, « on a le système le plus nul du monde même les anglo saxons font mieux car la lecture est difficlle : onze au lieu de dix un puis on dit dix sept en plus il n'y a pas de régularité, soixante dix, quatre vingts, quatre vingt dix... c'est aberrant. Ce système de langage pour dire les nombres ralentit l'apprentissage des petits français. »
- La connaissance évoluées de nombres met en jeu **la représentation des quantités** (présente dans le cerveau reptilien et la même pour les animaux), **la représentation verbale** et **la représentation symbolique**. Cela est fait dans trois régions différentes du cerveau qui ne seraient pas à priori connectées. Il s'agit donc à l'école de travailler sur ces trois représentations.
- Pourquoi apprendre les mathématiques ? :
  - c'est un apprentissage démocratique : recherche intellectuelle intime qui développe et construit la pensée.
  - C'est résoudre des problèmes et se confronter à un non savoir, développer des comportements experts pour ensuite les transférer.
  - Apprendre à ne pas trouver, à sécher. Ce qui est aujourd'hui difficile à vivre dans un contexte culturel ultra rapide.

<u>2. Deuxième balade : apprendre le calcul</u>

- Représentation fonctionnelle :modéliser la réalité ou d'une certaine réalité pour exercer un traitement théorique.
- Représentation analogique : identité terme à terme

- représentation sélective : toutes les infos ne sont pas retenues
- C'est un travail du modèle vers le réel et inversement.

2.1 Le calcul pourquoi ?

- Nécessité de réaliser modèle symbolique
- facilité les calculs.

➢ ***le calcul comment ?***

Avec toutes les modérations évoquées plus haut. Plus le système est évolué plus il est difficile de revenir au réel et plus l'algorithme est éloigné de la réalité. (plus facile pour les égyptiens/ difficile pour nous avec les retenues...). On peut contourner cette difficulté en passant par un tableau de nombres de 0 à 99 et faire faire des déplacements sur ce tableau pour effectuer les calculs.

➢ Comprendre le lien entre addition et multiplication : cad l'intérêt des structures additives et des suites proportionnelles pour réaliser des multiplications avec des grands nombres

➢ L'école sert ! Elle sert à construire dans la tête des élèves les chemins de raccourci des calculs.

➢ Au moment où l'élève rencontre les situations de partage les obstacles vont se multiplier : il ya une rupture fondamentale : un reste ou bien une fraction de l'unité. Le recours à la réalité est indispensable. Cela va obliger les élèves à avoir recours à une plus grande quantité de nombres.

➢ Les problèmes s'ancrant dans le réel cela peut rendre compliqué la résolution de problèmes c'est pourquoi l'utilisation des mathématiques aide la résolution de problèmes.

➢ Pourquoi enseigner les mathématiques :

- développer la personnalité rationnelle
- avoir à faire des prévisions pour développer la compréhension mutuelle, la communication sociale, et les prises de risque
- former la personne, former l'acteur économique, former le futur citoyen.
- Développer le calcul mental

3. **<u>Troisième balade : l'insuffisance des nombrs entiers et l'arrivée des nouveaux nombres</u>**

Cela est plus ardu car le rapport au réel est plus délicat.

3.1 la fraction

Arriver à partager un en différentes portions.(égyptiens symbolisent un d'une quantité et les additionnent si nécessaire/ les babyloniens changent partage un en x et additionnent ces « nouvelles unités », il utilise le nombre inverse : 1/15 est l'inverse de 15 mais comme ils n'utilisent pas de position réelle il faut le contexte pour comprendre.). Cela explique la co existence des deux systèmes.

3.2 l'arrivée des nouveaux nombres

- Les correspondances entre les différentes fractions cela est difficile pour les élèves.
- Comment représenter un partage qui n'est pas un nombre entier. Les nombres décimaux apparaissent très tard dans l'histoire plus ou moins le 10ème siècle, liés à l'écriture des nombres. Cela a été introduit à cause des algorithmes et leur écriture.
- Mieux vaut enseigner les fractions avant les décimaux car elles sont apparues

avant

- la virgule s'impose, avec la naissance de l'imprimerie car l'écriture de la fraction était trop complexe à introduire dans la casse de l'imprimeur.
- Ce qui est difficile pour les élèves ce sont les allers retours entre les fractions (quantité) et le décimal (l'écriture).
- Les mathématiciens ne sont pas intéressés par les nombres décimaux. Car pour eux ce ne peut être la représentation qui prime sur la réalité mathématique du nombre et qu'ils sont liés au choix de numération opéré.
- L'écriture à virgule est plus simple, facilite la comparaison des nombres entre eux.
- NB : bannir l'expression on déplace la virgule vers la droite mais dire on déplace le nombre vers la gauche.

4. **<u>Quatrième balade : le pourcentage</u>**

Il ne suffit pas de savoir compter, il s'agit de faire coexister deux modèles :
L'additif et celui du proportionnel
Il faut alors savoir dans quel modèle on se situe pour faire les calculs et utiliser les registres adéquats.
Ce travail de contextualisation est fondamental à faire saisir aux élèves car il s'agit de les mettre dans une attitude méta. Se suspendre pour choisir le bon itinéraire.
Considérer que les mathématiques sont des outils au service de la résolution et non tout puissants. Ce sont les hommes qui les utilise et donc font les choix adéquats.
D'autre part, il s'agit bien de savoir de quoi on parle et de ne pas prendre ce que donne les chiffres pour ragent comptant.
Relativité des résultats ce qui signifie que c'est la formation du citoyen qui permet la prise de recul nécessaire. Les statisiques c'est comme le bikini, ça montre en tout et ça cache l'essentiel » L.Armand
il s'agit de former les élèves à l'analyse et au traitement de l'information.
Cela pose problème dans le contexte actuel où le savoir est considéré du point de la rentabilité ; où le temps est accéléré alors que celui des maths est lent et durable.

Même si les M pensent qu'il est souvent difficile de mobiliser les E. Parler des apports internationaux qui ont contribué au développement des mathématiques cela fédère les élèves.
Mettre en place des défis, ce qui est vraiment faire des maths.
Intégrer un triple point de vue :
<u>didactique, pédagogique et institutionnel.</u>
Certains enseignants ont aussi à se reconstruire leur relation aux mathématiques dont l'enseignement produit des écorchés des maths. Ce qui est dommageable car ils auront à construire des contenus fondamentaux.
Ce peut être en construisant l'objet d'apprentissage comme un contenu culturel, épistémologique dont l'enseignant est le fondement et le médiateur central.